

Modalità A

Riportare su ciascun foglio nel quale sono svolti gli esercizi:

1. nome e cognome
2. numero di matricola

DOMANDE DI “TEORIA”. (peso 30%)

- a) Sia $T_n = T_n(X_1, \dots, X_n)$ uno stimatore di una funzione $h(\theta)$ del parametro incognito $\theta \in \Theta$, per ogni $n \geq 1$. Quando T_n si dice consistente in probabilità (o in senso debole) per stimare $h(\theta)$?
- b) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge di probabilità normale con media $E(X) = 1$ e varianza $\text{Var}(X) = 4$. Si descriva analiticamente la funzione di densità di probabilità di X .
- c) Sia dia la definizione di intervallo di confidenza, di livello $1 - \alpha$, per un parametro incognito θ .

ESERCIZIO 1. – PROBABILITÀ (peso 35%)

Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge esponenziale negativa di parametro $1/2$.

- a) Si descriva analiticamente la funzione di ripartizione di X .
- b) Calcolare $P(1 < X \leq 2)$
- c) Se X_1, \dots, X_{100} sono variabili indipendenti e identicamente distribuite con la stessa legge di X , calcolare

$$P(\bar{X}_{100} \leq 2.1),$$

dove $\bar{X}_{100} = \sum_{i=1}^{100} X_i/100$ è la media campionaria di X_1, \dots, X_{100} .

ESERCIZIO 2. – INFERENZA (peso 35%)

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo una legge di Poisson di parametro θ .

- a) Si proponga uno stimatore non distorto di θ
- b) Si determini l'errore quadratico medio dello stimatore proposto al precedente punto a)
- c) Se si propone uno stimatore alternativo definito da

$$T' = X_1 + \frac{X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n},$$

questo è preferibile allo stimatore non distorto determinato al punto a)? Si motivi la risposta.