

Modalità B

Riportare su ciascun foglio nel quale sono svolti gli esercizi:

1. nome e cognome
2. numero di matricola

DOMANDE DI “TEORIA”. (peso 30%)

- a) Descrivere la funzione di probabilità di una distribuzione di Poisson con varianza uguale a 3.
- b) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da una popolazione X con $E(X) = \mu$ e $\text{Var}(X) = \sigma^2$. (entrambe incognite). Qual è lo stimatore di massima verosimiglianza di σ^2 ?
- c) Se X_1, \dots, X_5 sono variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite secondo la legge normale di media $\mu = 2$ e varianza $\sigma^2 = 0.6$, qual è la distribuzione di probabilità della loro somma $\sum_{i=1}^5 X_i$?

ESERCIZIO 1. – PROBABILITÀ (peso 35%)

Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge di probabilità normale con media $\mu = 1$ e varianza $\sigma^2 = 9$

- a) Calcolare $P(X > 1.9)$.
- b) Determinare valore atteso e varianza della variabile aleatoria $Y = -X$.
- c) Se X_1, \dots, X_5 sono variabili indipendenti e identicamente distribuite con la stessa legge di X , calcolare

$$P(\bar{X}_5 \geq 1),$$

dove $\bar{X}_5 = \sum_{i=1}^5 X_i/5$ è la media campionaria di X_1, \dots, X_5 .

ESERCIZIO 2. – INFERENZA (peso 35%)

Sia X_1, X_2, X_3, X_4 un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo una legge normale con media μ e varianza σ^2 , entrambe incognite.

- a) Quale regione di rifiuto adattereste per verificare l'ipotesi $H_0 : \mu = 4$ vs $H_1 : \mu > 4$ in un test di livello $\alpha = 0.05$?
- b) Se si è osservato il campione $x_1 = 8, x_2 = x_3 = x_4 = 4$, l'ipotesi H_0 è rifiutata o accettata al livello $\alpha = 0.05$?
- c) Se osservate un campione x_1, x_2, x_3, x_4 con $\bar{x}_4 = 5.638$ e $s^2 = 4$, qual è un intervallo di confidenza per μ al livello del 95%?