Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

17 Novembre 2005

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI) e di

STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Riportare sul foglio

- Nome & cognome
- Numero di matricola

DOMANDE DI "TEORIA". (10 punti)

a) Sia $X_1, \ldots, X_{100}$ un campione casuale estratto da una popolazione $X \sim \mathrm{N}(\mu, 0.25)$. Qual è la lunghezza di un intervallo di confidenza per μ di livello $1 - \alpha = 0.9$?

b) Sia X_1, X_2, X_3, X_4 un campione casuale estratto da una popolazione $X \sim \mathrm{N}(1, 0.64)$. Determinare la distribuzione di probabilità della media campionaria $\bar{X}_4 = \sum_{i=1}^{4} X_i/4$.

c) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge di probabilità esponenziale negativa. Se è noto che $\mathrm{E}(X) = 2$, si fornisca la rappresentazione analitica della funzione di densità di probabilità di X.

ESERCIZIO 1. – PROBABILITÀ (10 punti)

Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge normale di parametri $\mu = 2$ e $\sigma^2 = 2.56$.

a) Calcolare $P(X \leq 0.8)$

b) Siano X_1, X_2, X_3 variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con la stessa legge di X. Se $S_3 = X_1 + X_2 + X_3$, determinare $\mathrm{E}(S_3)$ e $\mathrm{Var}(S_3)$.

c) Calcolare $P(S_3 \geq 8.2)$

ESERCIZIO 2. – INFERENZA (10 punti)

Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo una legge normale con media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 4$.

a) Si dimostri che la media campionaria $\bar{X}_n = \sum_{i=1}^{n} X_i/n$ è uno stimatore non distorto per stimare μ.

b) Si supponga che $n = 4$ e si determini una regione di rifiuto per verificare

$$H_0 : \mu = 2 \qquad H_1 : \mu = 3$$

ad un livello $\alpha = 0.05$.

c) Se il campione osservato è

$$x_1 = 2.4, \quad x_2 = 0.1, \quad x_3 = 3.9, \quad x_4 = 0$$

l'ipotesi H_0 è accettata o rifiutata?