

**Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia**

14 Luglio 2005

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI)

e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

**Riportare sul foglio:**

1. nome e cognome
2. numero di matricola

**DOMANDE DI “TEORIA”.** (10 punti)

- a) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale estratto da una popolazione con media  $E(X) = \mu$  e varianza  $\text{Var}(X) = \sigma^2$ . Se l'ampiezza campionaria  $n$  è sufficientemente elevata, qual è la distribuzione asintotica di  $\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n X_i/n$ ?
- b) Si dia la definizione di funzione di ripartizione di una variabile aleatoria  $X$ .
- c) Enunciare la proprietà di invarianza degli stimatori di massima verosimiglianza.

**ESERCIZIO 1.** – PROBABILITÀ (10 punti)

Sia  $X$  una variabile aleatoria distribuita secondo una legge di Poisson di parametro  $\lambda = 1$ .

- a) Qual è il valore atteso di  $X$ ?
- b) Determinare  $P(X \geq 3)$ .
- c) Se  $X_1, \dots, X_{100}$  sono 100 variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con la stessa legge di  $X$ , qual è (approssimativamente) la distribuzione di probabilità di  $\bar{X}_{100} = \sum_{i=1}^{100} X_i/100$ ?

**ESERCIZIO 2.** – INFERENZA (10 punti)

Sia  $X_1, \dots, X_{10}$  un campione casuale estratto da una popolazione  $X \sim \text{exp-neg}(\theta)$ , essendo  $\theta > 0$  un parametro incognito.

- a) Determinare valore atteso e varianza di  $X$
- b) Determinare uno stimatore di massima verosimiglianza di  $\theta$ .
- c) Determinare uno stimatore di massima verosimiglianza di  $h(\theta) = \theta/(1 + \theta)$ .