Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia
5 Luglio 2005
Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI) e di
STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)
Modalità A

Riportare sul foglio
- Nome, cognome e numero di matricola
- Modalità (A o B)

Domande di "teoria". (10 punti)

a) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge bernoulliana di parametro 0.1. Determinare $\mathrm{E}(X)$ e $\mathrm{Var}(X)$.

b) Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X con distribuzione P_θ dipendente da un parametro incognito $\theta \in \Theta$. Se $T_n = T(X_1, \ldots, X_n)$ è uno stimatore di $h(\theta)$, si definisca l'errore quadratico medio di T_n.

c) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge binomiale di parametri $n = 5$ e $p = 0.4$, cioè $X \sim$binom(5; 0.4). Fornire la rappresentazione analitica della funzione di probabilità di X.

Esercizio 1. (10 punti)
Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge normale di parametri $\mu = 1$ e $\sigma^2 = 2.25$.

a) Qual è la legge di probabilità della variabile aleatoria $Y = (X - 1)/1.5$?

b) Calcolare $P(X \geq 3.25)$.

c) Siano $X_1, \ldots, X_4$ variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con la stessa legge di X. Se $S_4 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$, si calcoli $P(S_4 \leq 5.2)$

Esercizio 2. (10 punti)
Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo una legge normale con media μ incognita e varianza $\sigma^2 = 2$.

a) Si dimostri che la media campionaria $\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n X_i/n$ è uno stimatore consistente in media quadratica per il parametro μ.

b) Determinare una regione di rifiuto per verificare

$$H_0: \ \mu = 1 \qquad H_1: \ \mu > 1$$

ad un livello $\alpha = 0.05$ con $n = 4$.

c) Se $n = 4$ e il campione osservato è

$$x_1 = 2.4, \quad x_2 = 1.1, \quad x_3 = 3.9, \quad x_4 = 4$$

l'ipotesi H_0 è accettata o rifiutata?