

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

21 Giugno 2005

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI)

e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Modalità A

Riportare sul foglio:

1. nome e cognome
2. numero di matricola
3. modalità (A o B)

DOMANDE DI “TEORIA”. (10 punti)

- a) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge esponenziale negativa tale che $E(X) = 0.5$. Fornire la rappresentazione analitica della funzione di densità di probabilità di X .
- b) Si dia la definizione di stimatore non distorto per un parametro incognito $\theta \in \Theta$.
- c) Sia X_1, \dots, X_{10} un campione casuale estratto da una popolazione $X \sim N(2, 0.5)$. Calcolare $Var(\bar{X}_{10})$, essendo $\bar{X}_{10} = \sum_{i=1}^{10} X_i / 10$ la media campionaria delle 10 osservazioni.

ESERCIZIO 1. – PROBABILITÀ (10 punti)

Nelle recenti elezioni amministrative presso il comune A , si è registrata un'affluenza alle urne pari al 70% degli aventi diritto.

- a) Si supponga di estrarre a caso 5 persone residenti nel comune A ed aventi diritto di voto. Se X è una variabile aleatoria che rappresenta il numero dei votanti tra le 5 persone estratte, si specifichi la distribuzione di probabilità di X .
- b) Qual è la probabilità che, dei 5 residenti estratti, non più di uno abbia effettivamente votato?
- c) Se si estrae un campione di 225 potenziali elettori, qual è (approssimativamente) la probabilità che almeno 174 di essi abbia effettivamente votato?

ESERCIZIO 2. – INFERENZA (10 punti)

Sia X_1, \dots, X_{16} un campione casuale estratto da una popolazione $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, con media μ e varianza σ^2 incognite. Si supponga, inoltre, che il campione osservato x_1, \dots, x_{16} sia tale che $\sum_{i=1}^{16} x_i = 12.5$ e $\sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 81$.

- a) Proporre uno stimatore non distorto per la varianza della popolazione σ^2 . Si determini il valore assunto dallo stimatore in corrispondenza al campione osservato.
- b) Si determini un intervallo di confidenza per μ di livello $1 - \alpha = 0.9$.
- c) Sulla base del risultato ottenuto al punto b), accettereste $H_0 : \mu = 1$ vs $H_1 : \mu \neq 1$ ad un livello $\alpha = 0.1$?