Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

26 Aprile 2005

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI), di STATISTICA 1
e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome e numero di matricola**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (10 punti)

a) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge esponenziale negativa di parametro $\lambda = 4$. Determinare il valore atteso e la varianza di X.

b) Sia $X_1, ..., X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X la cui legge di probabilità P_θ dipende da un parametro incognito $\theta \in \mathbb{R}$. Si dia la definizione di intervallo di confidenza, di livello $(1-\alpha)$, per il parametro θ.

c) Si definisca l'errore quadratico medio di uno stimatore $T_n = T(X_1, \dots, X_n)$ del parametro incognito $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (10 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative a due caratteri quantitativi distinti) la cui distribuzione di frequenza congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X\,/\,Y$	-1	0	1
1	0	0.1	0.15
4	0.1	0.2	0
5	0.3	0	0.15

a) Determinare la funzione di ripartizione di Y.

b) Calcolare $\mathrm{M}(X)$ e $\mathrm{M}(Y)$.

c) Calcolare $\mathrm{Cov}(X, Y)$.

ESERCIZIO 2. – Probabilità (10 punti)
Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge normale $\mathrm{N}(1; 25)$.

a) Si determinino il valore atteso e la varianza della variable aleatoria $Y = (X-1)/5$.

b) Calcolare $P(X \leq 1.25)$.

c) Siano $X_1, \ldots, X_{64}$ variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite la cui legge di probabilità coincide con quella di X. Se $\bar{X}_{64} = (X_1 + \cdots + X_{64})/64$ è la media campionaria di $X_1, \ldots, X_{64}$, si determini $P(\bar{X}_{64} > 1.5)$.

ESERCIZIO 3. – Inferenza (10 punti)
Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo una legge di Poisson di parametro (incognito) λ.

a) Si rappresenti la legge di probabilità di X.

b) Si proponga uno stimatore non distorto del parametro λ.

c) Si determini l'errore quadratico medio dello stimatore proposto al precedente punto b).