Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

22 Febbraio 2005

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI), di STATISTICA 1

e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome e numero di matricola**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (10 punti)

a) Descrivere la distribuzione di probabilità binomiale di parametri $n = 5$ e $p = 0.15$.

b) Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X con $E(X) = \mu$ e $\text{Var}(X) = \sigma^2 < +\infty$ (entrambe incognite). Si proponga uno stimatore non distorto per σ^2.

c) Se $X_1, \ldots, X_{100}$ sono variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite secondo la legge normale di parametri $\mu = 1$ e varianza $\sigma^2 = 0.15$, qual è la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria $S = \sum_{i=1}^{100} X_i$?

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (10 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative a due caratteri quantitativi distinti) la cui distribuzione di frequenza congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X\,/\,Y$	-1	0	2
-2	0.1	0.1	0.2
1	0	0.1	0.25
3	0.2	0	0.05

a) Calcolare $M(X)$ e $\text{Var}(X)$.

b) Determinare il valore numerico del coefficiente di correlazione lineare, $\rho(X, Y)$, tra X e Y.

c) Calcolare $M(Y|X = -2)$.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (10 punti)
Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge di probabilità normale con media $\mu = 1$ e varianza $\sigma^2 = 9$

a) Determinare il valore di x tale che $P(X \leq x) = 0.9$.

b) Se $X_1, \ldots, X_{25}$ sono 25 variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite secondo la medesima legge di probabilità di X, qual è la distribuzione di probabilità della media campionaria $\bar{X}_{25} = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} X_i$?

c) Sfruttando la risposta data al punto b), si calcoli

$$P\left(\bar{X}_{25} \leq 1.3\right).$$

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (10 punti)
Sia X_1, X_2, X_3, X_4 un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo una legge bernoulliana di parametro $p \in [0, 1]$ incognito. Per verificare l'ipotesi $H_0 : p = 0.2$ vs $H_1 : p = 0.6$ è stata proposta la seguente regione di rifiuto

$$\mathcal{R} = \left\{(x_1, x_2, x_3, x_4) : \sum_{i=1}^{4} x_i > 1\right\}$$

a) Determinare la probabilità di errore di prima specie associata al test di cui sopra.

b) Se si è osservato il campione $x_1 = 0$, $x_2 = x_3 = x_4 = 1$, l'ipotesi H_0 è rifiutata o accettata?

c) Sia $X_1, \ldots, X_{100}$ un campione casuale con la stessa legge di X. Utilizzando una opportuna approssiomazione asintotica, determinare la regione di rifiuto di un test di livello $\alpha = 0.05$ per verificare $H_0 : p = 0.2$ vs $H_1 : p = 0.6$.