Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

8 Febbraio 2005

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI), di STATISTICA 1

e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome e numero di matricola**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (10 punti)

a) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge esponenziale negativa di parametro 5. Determinare $E(X)$ e $\mathrm{Var}(X)$.

b) Sia $X_1, \ldots, X_{36}$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo una legge normale di media μ (incognita) e varianza $\sigma^2 = 25$. Individuare una regione di rifiuto di un test di livello $\alpha = 0.05$ per verificare $H_0 : \mu = 2$ vs $H_1 : \mu = 5$.

c) Sia $X_1, ..., X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X la cui legge di probabilità dipende da un parametro incognito $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$. Si fornisca la definizione di stimatore non distorto di θ.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (10 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative a due caratteri quantitativi distinti) la cui distribuzione di frequenza congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X\,/\,Y$	-1	1	3
0	0.15	0.1	0
1	0.2	0.1	0.05
2	0.05	0.2	0.15

a) Determinare la funzione di ripartizione di Y.

b) Calcolare $\mathrm{Cov}(X, Y)$.

c) Determinare $\mathrm{Fr}(-0.5 < Y \leq 2)$.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (10 punti)
Sia X una variabile aleatoria la cui funzione di densità di probabilità è data da

$$f_X(x) = \begin{cases} 2\,\mathrm{e}^{-2x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

a) Determinare la funzione di ripartizione di X.

b) Calcolare $P(0.5 < X \leq 1)$.

c) Se $X_1, \ldots, X_{100}$ sono 100 variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite secondo la medesima legge di probabilità di X, si stabilisca come si distribuisce approssimativamente la media campionaria $\bar{X}_{100} = \frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100} X_i$.

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (10 punti)
Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo una legge normale di media μ (inognita) e varianza $\sigma^2 = 16$.

a) Si determini uno stimatore non distorto di μ.

b) Si dimostri che lo stimatore di cui al precedente punto a) è consistente in media quadratica.

c) Si proponga un intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha = 0.9$ per μ.