Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

16 Novembre 2004

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI), di STATISTICA 1
e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome e numero di matricola**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (9 punti)

a) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge normale con media $\mu = 4$ e varianza $\sigma^2 = 9$. Si definisca una nuova variabile aleatoria, Y, nel modo seguente $Y = (X-4)/3$. Indicare il valore atteso e la varianza di Y.

b) Sia $X_1, ..., X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X la cui legge di probabilità P_θ dipende da un parametro incognito $\theta \in \mathbb{R}$. Si dia la definizione di stimatore consistente in senso forte (o in media quadratica) per il parametro θ.

c) Sia $X_1, ..., X_{25}$ un campione casuale estratto da una popolazione $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, con μ e σ^2 incognite. Indicare un intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha = 0.95$ per la media μ.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative a due caratteri quantitativi distinti) la cui distribuzione di frequenza congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X\,/\,Y$	1	2	5
-1	0.04	0.1	0
0	0.2	0.16	0.1
2	0.35	0	0.05

a) Calcolare $M(X)$ e $M(Y)$.

b) Calcolare $\mathrm{Fr}\{X = 0 \,|\, Y = 5\}$.

c) Determinare il valore numerico del coefficiente di correlazione lineare $\rho(X, Y)$ tra le variabili X e Y.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Siano $X_1, \ldots, X_n$ variabili aleatorie indiepndenti e identicamente distribuite secondo la legge di Bernoulli di parametro $p = 0.5$. Sia $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$.

a) Qual è la legge di probabilità di S_n?

b) Determinare valore atteso e varianza di S_n.

c) Si ponga $n = 100$ e si utilizzi un'opportuna approssimazione asintotica per valutare la probabilità $P(S_{100} \geq 63)$.

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia $X_1, \ldots, X_{64}$ un campione casuale estratto da una popolazione $X \sim \mathrm{N}(\mu,\, 0.36)$.

a) Si proponga una regione di rifiuto per verificare

$$H_0 : \mu = 1 \qquad \text{vs} \qquad H_1 : \mu = 2$$

ad un livello $\alpha = 0.05$.

b) E' stato osservato un campione $x_1, \ldots, x_{64}$ tale che $\sum_{i=1}^{64} x_i = 80$. Si utilizzi la regione di rifiuto al precedente punto a) per stabilire se l'ipotesi H_0 è accettata o rifiutata ad un livello $\alpha = 0.05$.

c) Si determini un intervallo di confidenza al 99% per μ.