Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

7 Settembre 2004

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI), di STATISTICA 1

e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

NOTA BENE

- Riportare sul foglio **nome, cognome** e **numero di matricola**
- Svolgere **ciascun esercizio** su una facciata del foglio **distinta**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (10 punti)

a) Siano $X_1, \ldots, X_9$ variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite secondo una distribuzione normale con media $\mu = 0$ e varianza $\sigma^2 = 9$. Qual è la distribuzione di probabilità di $\bar{X}_9 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} X_i$?

b) Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione la cui distribuzione di probabilità P_θ dipende da un parametro incognito $\theta \in \Theta$. Se $T_n = T_n(X_1, \ldots, X_n)$ è uno stimatore di θ, si definisca l'errore quadratico medio di T_n.

c) Sia X una variabile aleatoria con funzione di ripartizione $F(x) = P(X \leq x)$, per ogni x in $\mathbb{R}$. Si specifichino le proprietà di cui gode la funzione F.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (10 punti)

Sia X una variabile statistica con la seguente distribuzione di frequenza

x_i	p_i
0	0.15
1	0.1
2	0.4
9	0.35

a) Determinare la funzione di ripartizione di X.

b) Calcolare $M(X)$ e $Var(X)$.

c) Nell'ipotesi che X si riferisca ad un carattere quantitativo trasferibile, si determini il valore numerico di un indice di concentrazione.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (10 punti)

Siano X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge Poisson di parametro $\lambda = 1$.

a) Indicare il valore atteso e la varianza di X

b) Determinare $P(X \geq 2)$.

c) Se $X_1, \ldots, X_{225}$ sono 225 variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite con media μ e varianza $\sigma^2 < +\infty$, come si distribuisce approssimativamente $\bar{X}_{225} = \frac{1}{225} \sum_{i=1}^{225} X_i$?

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (10 punti)

Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione con distribuzione bernoulliana di parametro $\theta \in [0, 1]$.

a) Proporre uno stimatore non distorto per θ.

b) Si determini l'errore quadratico medio dello stimatore individuato al punto a).

c) Si consideri uno stimatore alternativo T_n' di θ. Anch'esso è non distorto e la sua varianza è data da $\mathrm{V}_\theta(T_n') = \frac{2\theta - 2\theta^2}{n}$. Lo preferireste allo stimatore proposto al punto a)? Motivare la risposta.