

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

13 Luglio 2004

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI), di STATISTICA 1
e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

NOTA BENE

- Riportare sul foglio **nome, cognome** e **numero di matricola**
- Svolgere **ciascun esercizio** su una facciata del foglio **distinta**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di “Teoria”, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di “Teoria” e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI “TEORIA”. (10 punti)

- a) Siano X_1, \dots, X_{16} variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite secondo una legge bernoulliana di parametro $p = 0.35$. Qual è la legge di probabilità di $N = \sum_{i=1}^{16} X_i$?
- b) Si enunci il Teorema Centrale del Limite.
- c) Sia X_1, \dots, X_{36} un campione casuale estratto da una popolazione normale con media μ e varianza $\sigma^2 = 16$. Determinare una regione di rifiuto di un test di dimensione $\alpha = 0.1$ per verificare $H_0 : \mu = 2$ vs. $H_1 : \mu = 0$.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (10 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative a due caratteri quantitativi distinti) la cui distribuzione di frequenza congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

X / Y	-1	0	1
-2	0	0.05	0.1
0	0.1	0	0.05
2	0.4	0.1	0.2

- a) Calcolare $M(X)$ e $M(Y)$.
- b) Calcolare $\text{Var}(X)$ e $\text{Var}(Y)$.
- c) Determinare il valore numerico del coefficiente di correlazione lineare $\rho(X, Y)$ tra le variabili X e Y .

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (10 punti)

Siano X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge normale con media $\mu = 1$ e varianza $\sigma^2 = 0.25$.

- a) Qual è la legge di probabilità della variabile aleatoria $Y = \frac{X-1}{\sqrt{0.25}}$?
- b) Calcolare $P(X \geq 1.82)$
- c) Se X_1, X_2, X_3, X_4 sono 4 variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite con legge normale di media $\mu = 1$ a varianza $\sigma^2 = 0.25$, qual è la legge di probabilità di $W = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$?

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (10 punti)

Sia X_1, \dots, X_9 un campione casuale estratto da una popolazione normale con media μ (incognita) e varianza $\sigma^2 = 0.36$.

- a) Determinare un intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha = 0.99$ per μ .
- b) Se si è osservato un campione x_1, \dots, x_9 tale che $\sum_{i=1}^9 x_i = 1.8$, accettereste o rifiutereste l'ipotesi $H_0 : \mu = 0$ vs. $H_1 : \mu \neq 0$ ad un livello $\alpha = 0.01$?
- c) Se si osservasse un campione x_1, \dots, x_9 diverso da quello indicato al punto b), cambierebbe la lunghezza dell'intervallo di confidenza costruito al punto a)? Motivare la risposta.