

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

22 Giugno 2004

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI) e  
di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Modalità A

**Riportare sul foglio:**

1. nome e cognome
2. numero di matricola
3. modalità
4. denominazione e/o codice dell'esame

**DOMANDE DI “TEORIA”.** (10 punti)

- a) Sia  $X$  una variabile aleatoria distribuita secondo una legge binomiale di parametri  $n = 10$  e  $p = 0.6$ . Determinare il valore atteso e la varianza di  $X$ .
- b) Sia  $X_1, \dots, X_{16}$  un campione casuale estratto da una popolazione  $X$ , con  $X \sim N(\mu, 0.81)$ . Determinare una regione di rifiuto relativo ad un test di ampiezza  $\alpha = 0.05$  per verificare  $H_0 : \mu = 0$  vs  $H_1 : \mu = 3$ .
- c) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale estratto da una popolazione  $X$  la cui legge di probabilità dipende da un parametro incognito  $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$ . Si dia la definizione di *stimatore non distorto* del parametro  $\theta$ .

**ESERCIZIO 1.** – PROBABILITÀ (10 punti)

Un nuovo trattamento farmacologico sperimentato nell'ultimo anno è caratterizzato da una probabilità di successo (guarigione) pari a 0.55. Un ospedale pavese decide di adottare il trattamento su 4 pazienti.

- a) Quale è la distribuzione di probabilità del numero di guarigioni tra i 4 pazienti in cura? Qual è il numero atteso di pazienti, tra i 4 sottoposti al trattamento, che guariranno dalla patologia di cui soffrono?
- b) Qual è la probabilità che, dei 4 pazienti sottoposti al trattamento, almeno uno guarisca?
- c) Se la nuova terapia venisse somministrata a 100 pazienti, quale sarebbe la probabilità che almeno 62 di questi guariscano? (Per rispondere al quesito, si utilizzi una opportuna approssimazione asintotica).

**ESERCIZIO 2.** – INFERENZA (10 punti)

Sia  $X_1, \dots, X_{25}$  un campione casuale estratto da una popolazione  $X$ , con  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  con media  $\mu$  incognita e varianza  $\sigma^2 = 0.25$ . Si supponga, inoltre, che il campione osservato  $x_1, \dots, x_{25}$  sia tale che  $\sum_{i=1}^{25} x_i = 112.5$ .

- a) Proporre uno stimatore non distorto per il parametro incognito  $\mu$ .
- b) Si determini un intervallo di confidenza per  $\mu$  di livello  $1 - \alpha = 0.95$ .
- c) Sulla base del risultato ottenuto al punto b), accettereste  $H_0 : \mu = 4$  vs  $H_1 : \mu \neq 4$  ad un livello  $\alpha = 0.05$ ?