Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

20 Aprile 2004

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI), di STATISTICA 1
e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome e numero di matricola**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (9 punti)

a) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge esponenziale negativa di parametro $\lambda = 2$. Determinare il valore atteso e la varianza di X.

b) Sia $X_1, ..., X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X la cui legge di probabilità P_θ dipende da un parametro incognito $\theta \in \mathbb{R}$. Si dia la definizione di stimatore non distorto di θ.

c) Si enunci il Teorema Centrale del Limite.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative a due caratteri quantitativi distinti) la cui distribuzione di frequenza congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X\,/\,Y$	-1	0	1
1	0.05	0	0.05
4	0.15	0.3	0
5	0.05	0.25	0.15

a) Determinare la funzione di ripartizione di X.

b) Calcolare $\mathrm{M}(X)$ e $\mathrm{M}(Y)$.

c) Calcolare $\mathrm{Cov}(X, Y)$.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)
Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge normale $\mathrm{N}(1; 9)$.

a) Calcolare $P(X \leq 1)$.

b) Siano $X_1, \ldots, X_{16}$ variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite la cui legge di probabilità coincide con quella di X. Se $\bar{X}_{16} = (X_1 + \cdots + X_{16})/16$ è la media campionaria di $X_1, \ldots, X_{16}$, qual è la distribuzione di probabilità di $\bar{X}_{16}$?

c) Calcolare $P(\bar{X}_{16} > 1.3)$, essendo $\bar{X}_{16}$ la media campionaria definita nel precedente punto b).

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)
Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo la legge di Bernoulli di parametro (incognito) p.

a) Si proponga uno stimatore non distorto di p.

b) Si determini la varianza dello stimatore proposto al precedente punto a).

c) Se $n = 100$ e il campione osservato $(x_1, \ldots, x_{100})$ è tale $\sum_{i=1}^{100} x_i = 25$, si determini un intervallo di confidenza per p di livello $1 - \alpha = 0.95$.