Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia – 18 Novembre 2003

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI),

di STATISTICA 1 (ELEM. PROBAB. INFE.) e di STATISTICA 1

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome, numero di matricola e modalità del testo d'esame.**
- Gli studenti del vecchio ordinamento devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti del nuovo ordinamento devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (9 punti)

a) Si dia la definizione di stimatore non distorto di un parametro incognito θ.

b) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge di Poisson con media 4. Determinare $\text{Var}(X)$.

c) Sia $X_1, \ldots, X_{16}$ un campione casuale estratto da una popolazione normale con media μ, incognita, e varianza $\sigma^2 = 4$. Indicare lo stimatore di massima verosimiglianza di μ.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative ad un carattere quantitativo) e si assuma che la distribuzione congiunta di (X, Y) sia riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X \setminus Y$	1	2	4
3	0.15	0.1	0.25
6	0.15	0.25	0.1

a) Determinare la funzione di ripartizione di Y.

b) Determinare moda, mediana e media di Y.

c) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare tra X e Y.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge normale di media 1 e varianza 9.

a) Calcolare $P(1.3 < X \leq 2.8)$.

b) Se $Y = 3X + 1$, calcolare valore atteso e varianza di Y.

c) Siano $X_1, \ldots, X_{10}$ variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite con la stessa legge di probabilità di X. Sia $\bar{X}_{10}$ la media campionaria delle 10 variabili aleatorie. Determinare $\mathrm{E}(\bar{X}_{10})$ e $\mathrm{Var}(\bar{X}_{10})$.

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia $X_1, \ldots, X_{25}$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo la legge normale di media μ (incognita) e varianza $\sigma^2 = 1$.

a) Si indichi la legge di probabilità della media campionaria $\bar{X}_{25}$.

b) Si determini un intervallo di confidenza per μ al 90%.

c) Si supponga di aver rilevato un campione $(x_1, \ldots, x_{25})$ tale che $\sum_{i=1}^{25} x_i = 5$. Sulla base della risposta data al punto b), rifiutereste o accettereste $H_0 : \mu = 1$ vs. $H_1 : \mu \neq 1$ ad un livello $\alpha = 0.1$?