Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia – 9 Settembre 2003

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI),

di STATISTICA 1 (ELEM. PROBAB. INFE.) e di STATISTICA 1

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome, numero di matricola e modalità del testo d'esame.**
- Gli studenti del vecchio ordinamento devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti del nuovo ordinamento devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (9 punti)

a) Si enunci il teorema centrale del limite.

b) Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge esponenziale negativa. Sapendo che $\mathrm{E}(X) = 5$, riportare la funzione di densità di probabilità di X.

c) Siano $X_1, \ldots, X_9$ variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite secondo una legge normale con media μ (incognita) e varianza $\sigma^2 = 4$. Si utilizzi, per stimare μ, la media campionaria $\bar{X}_9 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} X_i$. Determinare l'errore quadratico medio di $\bar{X}_9$.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X una variabile statistica (relativa ad un carattere quantitativo trasferibile) la cui distribuzione delle frequenze è

x_i	p_i
0	0.1
0.5	0.3
1	0.05
8	0.15
10	0.4

a) Determinare la funzione di ripartizione di X.

b) Calcolare la media e la mediana di X.

c) Calcolare un indice di concentrazione di X.

ESERCIZIO 2. – Probabilità (8 punti)

Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge esponenziale negativa di parametro 2.

a) Determinare la funzione di ripartizione di X.

b) Calcolare $P(0.3 < X \leq 1)$.

c) Se $Y = 2X - 1$, calcolare valore atteso e varianza di Y.

ESERCIZIO 3. – Inferenza (8 punti)

Sia $X_1, \ldots, X_{16}$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo la legge normale di media μ e varianza σ^2 (entrambe incognite).

a) Si indichi uno stimatore non distorto di σ^2.

b) Si determini un intervallo di confidenza per μ al 95%.

c) Si supponga di aver rilevato un campione $(x_1, \ldots, x_{16})$ tale che $\sum_{i=1}^{16} x_i = 0.9$ e $\sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 12$. Sulla base della risposta data al punto b), rifiutereste o accettereste $H_0 : \mu = 0$ vs. $H_1 : \mu \neq 0$ ad un livello $\alpha = 0.05$?