

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia – 8 Luglio 2003

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI),

di STATISTICA 1 (ELEM. PROBAB. INFE.) e di STATISTICA 1

Modalità A

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome, numero di matricola e modalità del testo d'esame.**
- Gli studenti del vecchio ordinamento devono rispondere alle Domande di “Teoria, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti del nuovo ordinamento devono rispondere alle Domande di “Teoria e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI “TEORIA. (9 punti)

- a) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da una popolazione X la cui funzione di densità di probabilità $f(x; \theta)$ dipende da un parametro incognito $\theta \in \Theta$. Si dia la definizione di stimatore di massima verosimiglianza di θ .
- b) Sia X_1, \dots, X_{16} un campione casuale estratto da una popolazione normale con media μ e varianza σ^2 (**incognita**). Fornire l'espressione della regione di rifiuto del test di ampiezza α per verificare $H_0 : \mu \geq \mu_0$ vs. $H_1 : \mu < \mu_0$.
- c) Sia X una variabile aleatoria con legge di Poisson di parametro $\lambda > 0$. Determinare il valore atteso e la varianza della variabile aleatoria $Y = \frac{(X-\lambda)}{\sqrt{\lambda}}$.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative ad un carattere quantitativo) e si assuma che la distribuzione congiunta di (X, Y) sia riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X \setminus Y$	0	2	3
0.5	0.1	0.15	0.25
1	0.15	0.3	0.05

- a) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare tra X e Y .

- b) Determinare la retta di regressione di Y su X .
- c) Se si osserva un valore di X pari a 2, determinare il valore previsto di Y .

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Sia X una variabile aleatoria la cui legge di probabilità è continua ed ammette funzione di densità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Calcolare $E(X)$.
- b) Determinare l'espressione analitica della funzione di ripartizione di X .
- c) Sia $Y = 3X + 2$. Calcolare $P(3 < Y \leq 6)$

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia X_1, \dots, X_{25} un campione casuale estratto da una popolazione X con distribuzione normale di media μ e varianza $\sigma^2 = 4$.

- a) Calcolare $\text{Var}(\bar{X}_{25})$.
- b) Se si è osservato un campione x_1, \dots, x_{25} tale che $\sum_{i=1}^{25} x_i = 30$, determinare un intervallo di confidenza per μ al 95%.
- c) Sulla base della risposta al punto b), accettereste $H_0 : \mu = 2$ vs. $H_1 : \mu \neq 2$ con un'ampiezza (o livello di significatività) del 5% ?.