

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia – 24 Giugno 2003

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI),
di STATISTICA 1 (ELEM. PROBAB. INFE.) e di STATISTICA 1

Modalità A

Memoranda

- Riportare sul foglio nome, cognome, numero di matricola e modalità del testo d'esame.
- Gli studenti del vecchio ordinamento devono rispondere alle Domande di “Teoria, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti del nuovo ordinamento devono rispondere alle Domande di “Teoria e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI “TEORIA”. (9 punti)

- Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da una popolazione X con media μ e varianza $\sigma^2 < +\infty$. Dimostrare che la media campionaria è uno stimatore non distorto e consistente in media quadratica per stimare μ .
- Si enunci il teorema centrale del limite.
- Sia X una variabile aleatoria con distribuzione di Poisson e tale che $\text{Var}(X) = 3$. Fornire l'espressione analitica della funzione di probabilità di X .

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche la cui distribuzione delle frequenze congiunta è

| $X \backslash Y$ | 1 | 2 | 5 |
|------------------|-----|------|------|
| 0 | 0.2 | 0.3 | 0 |
| 3 | 0 | 0.05 | 0.2 |
| 7 | 0.1 | 0 | 0.15 |

- Determinare le funzioni di ripartizione (marginali) di X e di Y .
- Calcolare $\text{Var}(X)$ e $\text{Var}(Y)$.

c) Calcolare l'indice di correlazione lineare $\rho(X, Y)$.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Negli ultimi anni si è riscontrato che, in media, la percentuale di studenti che hanno superato l'esame di Statistica al secondo appello di giugno è stata pari al 60%.

- a) Se il numero di iscritti per il secondo appello di giugno 2003 è pari a 10, qual è la probabilità che almeno due studenti superino l'esame.
- b) Se il numero di iscritti è pari a 300, determinare il numero atteso di studenti che supereranno l'esame.
- c) Se il numero di iscritti è pari a 300, determinare (utilizzando un'opportuna approssimazione asintotica) la probabilità che almeno $2/3$ di essi lo superi.

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia X_1 una singola osservazione estratta da una popolazione X distribuita secondo una legge di probabilità esponenziale negativa di parametro $\lambda > 0$. Per verificare l'ipotesi

$$H_0 : \lambda = 1 \quad \text{vs} \quad H_1 : \lambda = 2$$

è stata proposta la regione di rifiuto

$$\mathcal{R} = \{x_1 : x_1 \leq 0.6\}.$$

- a) Calcolare la probabilità di errore di prima specie associata al test.
- b) Calcolare la probabilità di errore di seconda specie.
- c) Se si è osservato $x_1 = 0.85$, l'ipotesi H_0 è accettata o rifiutata?