

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia – 10 Giugno 2003

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI),

di STATISTICA 1 (ELEM. PROBAB. INFE.) e di STATISTICA 1

Modalità A

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome, numero di matricola e modalità del testo d'esame.**
- Gli studenti del vecchio ordinamento devono rispondere alle Domande di “Teoria, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti del nuovo ordinamento devono rispondere alle Domande di “Teoria e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI “TEORIA”. (9 punti)

- a) Sia X_1, \dots, X_{25} un campione casuale estratto da una popolazione normale con media μ e varianza $\sigma^2 = 9$. Descrivere la regione di rifiuto di un test di livello $\alpha = 0.05$ per verificare $H_0 : \mu = 1$ vs $H_1 : \mu = 2$.
- b) Si enunci e si dimostri la decomposizione dell'errore quadratico medio di uno stimatore T_n del parametro incognito θ .
- c) Siano X_1, \dots, X_9 variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite secondo una legge di probabilità di Bernoulli di parametro $p = 0.25$. Sia $Y = \sum_{i=1}^9 X_i$. Cosa rappresenta Y ? Qual è la sua distribuzione di probabilità?

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X una variabile statistica (relativa ad un carattere quantitativo trasferibile) la cui distribuzione delle frequenze è

x_i	p_i
0	0.05
1	0.1
4	0.15
9	0.2
11	0.5

- a) Determinare la funzione di ripartizione di X .
- b) Calcolare la media e la mediana di X .
- c) Calcolare un indice di concentrazione di X .

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Sia X una variabile aleatoria che rappresenta la durata (in anni) di una batteria per auto. È noto che la durata media di una batteria è di 2,5 anni. Si ipotizzi che la distribuzione di probabilità di X sia esponenziale negativa di parametro λ .

- a) Calcolare λ e fornire la rappresentazione analitica della funzione di densità di probabilità di X .
- b) Calcolare $P(1.2 < X \leq 2.6)$.
- c) Calcolare $E(X^2)$.

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia X_1, X_2, X_3 un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo la legge di Poisson di parametro λ . Pertanto, la funzione di probabilità di X coincide con

$$p(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} & x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

ove $\lambda > 0$.

- a) Valutare $P(X \geq 1)$ nel caso in cui $\lambda = 2$.
- b) Sia

$$T_3 = \frac{X_1 + X_2}{3} + X_3$$

uno stimatore di λ . Stabilire se T_3 è distorto e, nel caso lo fosse, determinarne la distorsione.

- c) Calcolare l'errore quadratico medio associato a T_3 .