

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

8 Aprile 2003 – Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI),

di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA) e di STATISTICA 1

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome e numero di matricola**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di “Teoria, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati negli a.a. 2000-2001 e successivi devono rispondere alle Domande di “Teoria e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI “TEORIA. (9 punti)

- a) Dato un campione X_1, \dots, X_{36} estratto da una popolazione $X \sim N(\mu, 4)$, si descriva un intervallo di confidenza per μ di livello $1 - \alpha$.
- b) Quando la successione T_n di stimatori si dice consistente in media quadratica per stimare $h(\theta)$?
- c) Siano A e B due eventi e P una misura di probabilità. Quando A e B si dicono indipendenti rispetto a P ?

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche la cui distribuzione delle frequenze congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X \setminus Y$	0	1	2
3	0.1	0	0.2
4.5	0.1	0.05	0.15
5	0.35	0.05	0

- a) Calcolare la media di X e la media di Y
- b) Determinare la funzione di regressione di Y su X , $m_2(x) = M(Y|X = x)$.

c) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare tra X e Y .

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Sia X una variabile aleatoria la cui funzione di ripartizione coincide con

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 3x^2 - 2x^3 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

- a) Determinare la funzione di densità di probabilità di X .
- b) Calcolare $P(0.2 < X \leq 0.6)$.
- c) Calcolare $P(0.5 < X \leq 1.5)$.

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia X_1, \dots, X_{16} un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo la legge una legge normale di media μ e varianza 1. Per verificare $H_0 : \mu = 0$ vs. $H_1 : \mu = 2$ è stata proposta la seguente regione di rifiuto

$$\mathcal{R} = \{(x_1, \dots, x_{16}) : \bar{x}_{16} \geq 0.5815\}.$$

- a) Determinare la probabilità di errore di prima specie associata al test.
- b) Se si è osservato il campione

$$x_1 = x_7 = x_8 = x_{13} = 1.3, \quad x_2 = x_{11} = x_{16} = 0.75 \quad x_3 = x_4 = x_6 = x_{15} = 1.63$$

$$x_5 = 2, \quad x_9 = x_{10} = x_{12} = x_{14} = 1.25,$$

sulla base del test proposto l'ipotesi H_0 è accettata o rifiutata?

- c) Si fornisca una stima della media incognita μ basata sul campione di cui al punto b).