Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

11 Febbraio 2003

Prova scritta di STATISTICA (ISTITUZIONI), di STATISTICA 1

e di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Memoranda

- **Riportare sul foglio nome, cognome e numero di matricola**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di "Teoria", svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di "Teoria" e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI "TEORIA". (9 punti)

a) Dati un evento A e una probabilità P, far vedere che $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$, essendo $\bar{A}$ il complementare di A.

b) Sia $X_1, ..., X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X la cui legge di probabilità P_θ dipende da un parametro incognito θ. Si dia la definizione di intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha$ per θ.

c) Sia $X_1, ..., X_{225}$ un campione casuale estratto da una popolazione $X \sim N(\mu, 16)$, essendo μ incognita. Se $\mu_0 > \mu_1$, si descriva un test di ampiezza α per verificare $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_1 : \mu = \mu_1$.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche (relative a due distinti caratteri quantitativi) la cui distribuzione di frequenza congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

$X\,/\,Y$	0	3	5
1	0.15	0.1	0
4	0	0.3	0.05
6	0.1	0.25	0.05

a) Calcolare $M(X)$ e $M(Y)$.

b) Determinare la funzione di regressione di X su Y.

c) Il carattere X è regressivamente indipendente da Y? Motivare la risposta.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo una legge normale con media μ e varianza $\sigma^2 < +\infty$. Si ipotizzi, inoltre, che $P(X > 9) = 0.025$ e $P(X \leq 0.18) = 0.025$.

a) Determinare il valore numerico di μ e di σ.

b) Calcolare $P(X \geq 7.965)$

c) Se X_1, X_2, X_3, X_4 sono variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite la cui legge di probabilità (comune) è $N(0.6,\, 1)$, calcolare $P(X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \geq 2.8)$.

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione casuale estratto da una popolazione X distribuita secondo la legge esponenziale negativa di parametro $\theta > 0$.

a) Si ricavi lo stimatore di massima verosimiglianza di θ.

b) Sfruttando la proprietà di invarianza degli stimatori di massima verosimiglianza, si determini lo stimatore di massima verosimiglianza di $E_\theta(X^2)$.

c) Se $n = 5$ e si osserva un campione le cui realizzazioni sono

$$x_1 = x_2 = 0.9, \qquad x_3 = 1.3, \qquad x_4 = 0.5, \qquad x_5 = 1.8,$$

si determini la stima di massima verosimiglianza di θ.