

**Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia**

28 Gennaio 2003 – Prova scritta di STATISTICA 1,  
di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA) e  
di STATISTICA (ISTITUZIONI)

**Memoranda**

- **Scrivere sul foglio del compito nome, cognome, numero di matricola e modalità.**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di “Teoria, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati negli a.a. 2000-2001 e successivi devono rispondere alle Domande di “Teoria” e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

**DOMANDE DI “TEORIA”. (9 punti)**

- a) Se  $X$  è una variabile aleatoria distribuita secondo una legge esponenziale negativa e tale che  $E(X) = 3$ , fornire l'espressione analitica della funzione di densità di probabilità di  $X$ .
- b) Si dia la definizione di stimatore non distorto per un parametro incognito  $\theta \in \mathbb{R}$ .
- c) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale estratto da un popolazione  $X$  con  $E(X) = \mu$  e  $\text{Var}(X) = \sigma^2 < +\infty$ . Dimostrare che  $\text{Var}(\bar{X}_n) = \sigma^2/n$ .

**ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)**

Sia  $X$  una variabile statistica (relativa ad un carattere quantitativo) avente la seguente distribuzione delle frequenze

$x_i$	$p_i$
2	0.05
7	0.1
9	0.3
10	0.35
11	0.2

- a) Determinare l'espressione analitica della funzione di ripartizione di  $X$ .

- b) Calcolare la media e la mediana di  $X$ .
- c) Ipotizzando che il carattere in esame sia trasferibile, calcolare un opportuno indice di concentrazione.

**ESERCIZIO 2.** – PROBABILITÀ (8 punti)

È stato rilevato che un nuovo prototipo della Ferrari percorre un giro della pista del Mugello in meno di 90 secondi con un treno di gomme nuovo con probabilità 0.9, mentre lo stesso evento si verifica con probabilità 0.6 se il treno di gomme è usurato. Nel 20% delle prove che si effettuano, il treno di gomme impiegato è nuovo, mentre nel restante 80% è usurato.

- a) Calcolare la probabilità che il nuovo prototipo della Ferrari percorra un giro in meno di 90 secondi.
- b) Se il giro è stato completato in meno di 90 secondi, qual è la probabilità che esso sia stato percorso con un treno di gomme usurato?
- c) Sapendo che per 5 giri le gomme si mantengono come nuove e ipotizzando che i tempi di percorrenza di ciascun giro siano indipendenti tra loro, calcolare la probabilità che almeno due dei suddetti 5 giri vengano percorsi in meno di 90 secondi.

**ESERCIZIO 3.** – INFERENZA (8 punti)

Sia  $X_1, \dots, X_{16}$  un campione casuale estratto da una popolazione normale con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2 = 0.25$ .

- a) Proporre uno stimatore non distorto di  $\mu$ .
- b) Avendo rilevato un campione  $x_1, \dots, x_{16}$  tale che  $\sum_{i=1}^{16} x_i = 20$ , determinare un intervallo di confidenza al 95% per  $\mu$ .
- c) Utilizzando la risposta fornita al punto b), rifiutereste o accettereste

$$H_0 : \mu = 1 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu \neq 1$$

ad un livello  $\alpha = 0.05$ ?