

Memoranda

- Scrivere sul foglio del compito nome, cognome, numero di matricola e modalità.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di “Teoria”, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati negli a.a. 2000-2001 e successivi devono rispondere alle Domande di “Teoria” e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI “TEORIA”. (9 punti)

- a) Sia X una variabile aleatoria tale che $E(X) = 2$. Inoltre, X si distribuisca secondo una legge esponenziale negativa. Qual è la funzione di densità di probabilità di X ?
- b) Sia X_1, \dots, X_{16} un campione casuale estratto da una popolazione normale con media μ e varianza σ^2 . Determinare un intervallo di confidenza per μ ad un livello del 95%.
- c) Siano X_1, \dots, X_n n variabili aleatorie identicamente distribuite con media μ . Dimostrare che la media campionaria delle osservazioni, $\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n X_i/n$, è uno stimatore non distorto di μ .

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X e Y due variabili statistiche, relative a due caratteri quantitativi, la cui distribuzione congiunta è rappresentata nella seguente tabella

Y / X	1	4	6
0	0.05	0.2	0.05
2	0.1	0.1	-
4	-	0.05	0.45

- a) Determinare la funzione di ripartizione (marginale) della variabile X .

- b) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare tra X e Y .
- c) Determinare la funzione di regressione di X su Y .

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Sia X una variabile aleatoria distribuita secondo la legge normale con media $\mu = 4$ e varianza $\sigma^2 = 0.25$.

- a) Si calcoli $P(X \leq 3.25)$
- b) Stabilire per quale valore di x risulta $P(X > x) = 0.0174$.
- c) Si determini il momento secondo di X , cioè $E(X^2)$.

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia X_1, \dots, X_{225} un campione casuale estratto da una popolazione bernoulliana di parametro $p \in [0, 1]$.

- a) Proporre uno stimatore non distorto di p .
- b) Avendo rilevato un campione x_1, \dots, x_{225} tale che $\sum_{i=1}^{225} x_i = 90$, determinare un intervallo di confidenza al 99% per p .
- c) Utilizzando la risposta fornita al punto b), rifiutereste o accettereste

$$H_0 : p = 0.45 \quad \text{vs} \quad H_1 : p \neq 0.45$$

ad un livello $\alpha = 0.01$?