

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia – 10 Settembre 2002

Prova scritta di STATISTICA 1, STATISTICA 1 (EL. PROBAB. INFE.) e

STATISTICA (ISTITUZIONI)

Modalità A

Memoranda

- Scrivere sul foglio del compito nome, cognome, numero di matricola e modalità.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di “Teoria”, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati negli a.a. 2000-2001 e successivi devono rispondere alle Domande di “Teoria” e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI “TEORIA”. (9 punti)

- Quando due eventi, A e B , si dicono incompatibili?
- Enunciare e dimostrare il Teorema di Bayes.
- Si enunci il Teorema Centrale del Limite.

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano X una variabile statistica (relativa ad un carattere quantitativo trasferibile) la cui distribuzione delle frequenze è sintetizzata nella seguente tabella

x_i	p_i
1.2	0.05
2	0.1
3.5	0.15
5	0.4
6	0.3

- Determinare la funzione di ripartizione della variabile X .
- Calcolare la varianza di X .
- Stabilire, mediante il calcolo di un opportuno indice, se il carattere X è concentrato.

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

Il tempo (espresso in ore) necessario per raggiungere Milano da Pavia in autostrada, nei giorni feriali e nella fascia oraria che va dalle 7:30 alle 9:00, è una variabile aleatoria X distribuita secondo una legge esponenziale negativa. Sapendo che *in media* il percorso viene coperto, nella fascia oraria e nei giorni sopra menzionati, in 30 minuti,

- a) Specificare la funzione di densità di probabilità della variabile aleatoria X .
- b) Calcolare la probabilità che sia necessario un tempo inferiore a 45 minuti per raggiungere Milano.
- c) Qual è la probabilità che, su 5 giorni lavorativi, il tratto Pavia-Milano venga percorso in meno di 45 minuti almeno 2 volte?

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia X_1, \dots, X_{16} un campione casuale estratto da una popolazione $X \sim N(\mu, 1)$.

- a) Determinare la regione di rifiuto di un test di ampiezza (o dimensione) $\alpha = 0.025$ per verificare

$$H_0 : \mu = 3 \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu = 4.$$

- b) Calcolare la probabilità di errore di seconda specie associata al test individuato al punto a).
- c) In alternativa, è stato proposto un test per verificare $H_0 : \mu = 3$ vs $H_1 : \mu = 4$ avente regione di rifiuto

$$\mathcal{R} = \{(x_1, \dots, x_{16}) : \bar{x}_{16} \geq 3.64\},$$

dove $\bar{x}_{16} = \sum_{i=1}^{16} x_i / 16$ è la media campionaria delle 16 osservazioni. Calcolare la dimensione del test proposto.