

**Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia**

25 Giugno 2002 – Prova scritta di STATISTICA 1,

DI STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA) E

DI STATISTICA (ISTITUZIONI)

**Modalità A**

**Memoranda**

- **Scrivere sul foglio del compito nome, cognome, numero di matricola e modalità.**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di “Teoria, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati negli a.a. 2000-2001 e successivi devono rispondere alle Domande di “Teoria e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

**DOMANDE DI “TEORIA.** (9 punti)

- a) Sia  $X_1, \dots, X_n$  un campione casuale estratto da un popolazione  $X$  con  $E(X) = \mu$  e  $\text{Var}(X) = \sigma^2$ . Dimostrare che  $\bar{X}_n$  è uno stimatore non distorto di  $\mu$ .
- b) Fornire l'espressione analitica della funzione di probabilità di una variabile aleatoria  $X$  distribuita secondo la legge binomiale di parametri 10 e 0.7.
- c) Sia  $X_1, \dots, X_{1000}$  una campione casuale estratto da una popolazione bernoulliana di parametro  $p$ . Fissato un valore  $p_0 \in (0, 1)$ , si descriva la regione di rifiuto relativa al test di ampiezza  $1 - \alpha$  per verificare  $H_0 : p = p_0$  vs  $H_1 : p < p_0$ .

**ESERCIZIO 1.** – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Siano  $X$  e  $Y$  due variabili statistiche (relative a due distinti caratteri quantitativi) la cui distribuzione di frequenza congiunta è riassunta nella seguente tabella a doppia entrata

| $X / Y$ | 0    | 3    | 5   |
|---------|------|------|-----|
| 1       | 0.1  | 0    | 0.2 |
| 4       | 0.15 | 0.25 | 0   |
| 6       | 0    | 0.1  | 0.2 |

- a) Calcolare  $M(X)$  e  $M(Y)$ .
- b) Determinare la funzione di regressione di  $Y$  su  $X$ .
- c) I due caratteri sono regressivamente indipendenti? Motivare la risposta.

**ESERCIZIO 2.** – PROBABILITÀ (8 punti)

Il tempo realizzato da Giorgio, nella corsa dei 100 metri piani, è inferiore a 10 secondi con probabilità 0.9 se Giorgio è in buona forma, mentre la stessa probabilità è pari a 0.25 se è in cattiva forma. La preparazione atletica di Giorgio è stata effettuata mirando ad essere in buone condizioni nel 60% delle gare cui intende partecipare.

- a) Calcolare la probabilità che Giorgio completi i 100 metri con un tempo inferiore a 10 secondi.
- b) Se Giorgio ha corso in meno di 10 secondi, qual è la probabilità che fosse in buona forma?
- c) Calcolare la probabilità che, in almeno 2 delle prossime 10 gare, Giorgio percorra i 100 metri con un tempo inferiore a 10 secondi.

**ESERCIZIO 3.** – INFERENZA (8 punti)

Sia  $X_1, \dots, X_n$  una campione casuale estratto da una popolazione  $X$  distribuita secondo una legge esponenziale negativa di parametro  $1/\theta$ , essendo  $\theta > 0$ .

- a) Proporre uno stimatore non distorto di  $\theta$ .
- b) Sia

$$T_n = \frac{(n+2)X_1 - X_n}{n}$$

uno stimatore alternativo di  $\theta$ . Calcolarne la distorsione.

- c) Quale stimatore, tra quello da voi proposto al punto a) e quello descritto nel precedente punto b), preferireste per stimare  $\theta$ ? Motivare la risposta.