

Facoltà di ECONOMIA – Università di Pavia

16 Novembre 2001 – Prova scritta di STATISTICA 1 e
di STATISTICA 1 (ELEMENTI DI PROBABILITÀ E DI INFERENZA)

Memorandum.

- **Riportare sul foglio nome, cognome e numero di matricola**
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 1999-2000 o negli anni accademici precedenti devono rispondere alle Domande di “Teoria”, svolgere l'Esercizio 1 e **uno** a scelta tra gli Esercizi 2 e 3.
- Gli studenti immatricolati nell'a.a. 2000-2001 devono rispondere alle Domande di “Teoria” e svolgere **entrambi** gli Esercizi 2 e 3.

DOMANDE DI “TEORIA”. (9 punti)

- a) Dati due eventi A e B , tali che $A \subset B$, dimostrare che $P(A) \leq P(B)$.
- b) Quando uno stimatore $T_n = T_n(X_1, \dots, X_n)$ del parametro θ si dice consistente in media quadratica?
- c) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto da una popolazione con valore atteso μ e varianza $\sigma^2 < +\infty$. Dimostrare che la media campionaria $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ è uno stimatore non distorto per il parametro μ .

ESERCIZIO 1. – STATISTICA DESCRITTIVA (8 punti)

Con riferimento ad una filiale di un istituto di credito, in ciascuno degli ultimi 20 mesi sono stati rilevati il numero di clienti insolventi, X , e le variazioni, Y , dei tassi applicati sui prestiti. I dati sono riassunti nella seguente tabella

X / Y	-1	1	1.5
1	0.1	0.05	
5		0.2	0.15
8		0.3	0.2

- a) Determinare il numero medio di clienti che sono risultati insolventi negli ultimi 20 mesi.

- b) Determinare la funzione di regressione di X su Y .
- c) Calcolare l'indice di correlazione lineare tra X e Y .

ESERCIZIO 2. – PROBABILITÀ (8 punti)

E' noto che una lampadina prodotta da ABC ha una durata di vita mediamente pari a 5 settimane. Ipotizzando che la durata di vita, in settimane, di una lampadina prodotta da ABC è una variabile aleatoria X con distribuzione esponenziale negativa,

- a) Determinare la probabilità che una lampadina prodotta da ABC sia ancora funzionante dopo 3 settimane.
- b) Se in un appartamento sono installate 10 lampadine e il funzionamento di ciascuna è indipendente da quello delle altre, determinare il numero medio di lampadine ancora funzionanti nell'appartamento dopo 3 settimane.
- c) Qual è la probabilità che vi sia almeno una lampadina funzionante, su 10, dopo tre settimane?

ESERCIZIO 3. – INFERENZA (8 punti)

Sia X_1 una variabile aleatoria distribuita secondo la legge esponenziale negativa di parametro $1/\theta$, con $\theta > 0$. Allo scopo di verificare l'ipotesi $H_0 : \theta = 1$ vs. $H_1 : \theta = 2$ è stata proposta la seguente regione critica

$$\mathcal{R} = \{x_1 : x_1 > 2.5\}.$$

- a) Avendo osservato $x_1 = 3$, accettereste o rifiutereste H_0 ?
- b) Calcolare la probabilità di errore di prima specie
- c) Calcolare la probabilità di errore di seconda specie.