

Compito di matematica secondo modulo - 29 Marzo 2004 - A

Nome: _____

Matricola: _____

• Non sono ammesse calcolatrici

• Rispondere barrando o cerchiando chiaramente una e una sola lettera

1. La funzione $y = f(x)$ è crescente in $(-\infty, 1)$, decrescente su $(1, +\infty)$ e > 1 su $(-\infty, +\infty)$.
Determinare dove la funzione $f^2 - 2f$ è crescente:

A: $(-\infty, -1)$ **B:** $(1, +\infty)$ **C:** $(-\infty, 1)$ **D:** $(-1, +\infty)$

2. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x}{x(x + 1 + \ln(x))} \quad \mathbf{A: +\infty} \quad \mathbf{B: 3} \quad \mathbf{C: -\infty} \quad \mathbf{D: 0}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x}{e^{-2x}} \quad \mathbf{A: 0} \quad \mathbf{B: +\infty} \quad \mathbf{C: 1} \quad \mathbf{D: -\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{\ln x}{\sqrt{x}}} \quad \mathbf{A: -\infty} \quad \mathbf{B: 0} \quad \mathbf{C: +\infty} \quad \mathbf{D: 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln(x^6 - 7 \ln(x))}{e^{\frac{1}{2x}}} \quad \mathbf{A: +\infty} \quad \mathbf{B: 0} \quad \mathbf{C: e} \quad \mathbf{D: -\infty}$$

3. La soluzione dell'equazione $e^{2 \ln(x+1)} = 3$ è:

A: $x = \ln(3/e)$ **B:** $x = \frac{1}{2} \ln(\ln 2)$ **C:** $x = 2 \ln(\ln 2)$ **D:** $x = -1 \pm \sqrt{3}$

4. La derivata di $f(x) = e^{x \ln(x)}$ è

A: $f'(x) = e^{x \ln(x)}$ **B:** $f'(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$ **C:** $f'(x) = [\ln(x) + 1]e^{x \ln(x)}$

D: $f'(x) = \frac{1}{x \ln(x)} e^{x \ln(x)}$

5. L'equazione della tangente al grafico della funzione $f(x) = e^x \ln(x)$ in $P = (1, f(1))$ è:

A: $y = (x - 1)(e^x \ln(x) + \frac{1}{x}e^1)$ **B:** $y = e(x - 1)$ **C:** $y = e^x \ln(x) + e(x - 1)$ **D:** $y = ex$

6. Stabilire per quali x è definita e soddisfatta la disuguaglianza $\frac{x^2-1}{(x+2)e^{x^2-2}} > 0$

A: $x \in (-2, +\infty)$ **B:** $x \in (-\infty, -2)$ **C:** $x \in (-2, -1) \cup (1, +\infty)$ **D:** $-1 < x < 1$

7. Sia N_0 il numero di abitanti di una città nel 1990. Sia $N(t)$ il numero di abitanti dopo t anni. Supponiamo $N(t) = N_0 e^{ta}$, per un certo $a > 0$. Se nel 1998 la popolazione è raddoppiata, cosa è a ?

A: $\frac{\ln(2)}{8}$ **B:** $\frac{8}{\ln(2)}$ **C:** $\ln(2)^{1/8}$ **D:** $\ln(2/4)$

8. Pino e Lino sono gemelli. Un giorno Lino inizia a fumare. La capacità respiratoria di Lino diminuisce del 10% ogni anno, quella di Pino del 2%. Dopo quanti anni la capacità respiratoria di Lino sarà la metà di quella di Pino?

A: $\frac{\ln(2)}{\ln(98/90)}$ **B:** Mai **C:** $\frac{\ln(2)}{\ln(98 \cdot 90)}$ **D:** $\frac{\ln(98/90)}{\ln(2)}$

9. Studiare qualitativamente la funzione $f(x) = \ln(1 + x^3)$. (Dominio; segno e intersezioni con gli assi; limiti agli estremi del dominio; studio di $f'(x)$, crescita, decrescenza; eventuali massimi e minimi; grafico)