

**Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A**  
**Prova parziale di Probabilità** **24.06.08**

**COGNOME** \_\_\_\_\_ **NOME** \_\_\_\_\_ **Matr.** \_\_\_\_\_

**Docente:**     Prof.ssa Cazzaro  Prof.ssa Greselin  Prof.ssa Pollastri  Prof.ssa Zenga

**Attenzione:** *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

**ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale**

1) Sia data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & -k \leq x < 0 \\ -x+1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore del parametro  $k$  che rende  $f(x)$  la funzione di densità per una variabile casuale  $X$ .
  - b) Si calcolino  $E(X)$  e  $Var(X)$ .
  - c) Si ricavi la funzione di ripartizione di  $X$ .
  - d) Si determini il terzo quartile di  $X$ .
- 2) Il fatturato annuo delle imprese italiane operanti nel settore dell'Information Technology può essere descritto mediante una variabile casuale  $X$  avente distribuzione di Pareto. E' noto inoltre che il fatturato minimo annuo è di 50 mila Euro e che la mediana della distribuzione è pari a 63 mila Euro.
- a) Si determini il valore del parametro  $\theta$ .
  - b) Si calcoli la probabilità che un'impresa abbia un fatturato inferiore a 80 mila Euro.
  - c) Sapendo che un'impresa ha realizzato un fatturato inferiore a 80 mila Euro, qual è la probabilità che il suo fatturato superi i 70 mila Euro?
  - d) Estratte casualmente dieci imprese (con riposizione), si calcoli la probabilità che quattro di esse abbiano realizzato un fatturato inferiore a 80 mila Euro.
- 3) Ogni mattina, uno studente sceglie a caso se recarsi in università con il motorino o con l'autobus. Se utilizza il motorino, arriva puntuale a lezione con probabilità 0.7; se invece sceglie l'autobus, tale probabilità scende a 0.5.
- a) Sapendo che stamattina lo studente è stato puntuale a lezione, si determini la probabilità che abbia usato il motorino.
  - b) Si calcoli la probabilità che lo studente incorra nel suo primo ritardo a lezione il quarto giorno della settimana.
  - c) Si valuti la probabilità che, su cinque giorni di lezione, lo studente sia puntuale in almeno tre giorni.
  - d) Un amico dello studente si reca in università in motorino con probabilità 0.2, altrimenti utilizza lo stesso autobus dello studente. Qual è la probabilità che in una mattina lo studente e l'amico si incontrino sull'autobus (senza essersi precedentemente accordati)?

**COGNOME** \_\_\_\_\_ **NOME** \_\_\_\_\_ **Matr.** \_\_\_\_\_

**Docente:**     Prof.ssa Cazzaro    Prof.ssa Greselin    Prof.ssa Pollastri    Prof.ssa Zenga

**Attenzione:** *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

**ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale**

Una società di investimenti vuole studiare il rapporto fra il valore di mercato ed il valore contabile delle società quotate in borsa. A tal proposito rileva su società appartenenti a 7 diversi settori le seguenti variabili:

- $X_1$  = rapporto Prezzo/Valore contabile del capitale netto per azione;
- $X_2$  = rapporto Utile d'esercizio/Capitale netto (Return On Equity, ROE);
- $X_3$  = percentuale di crescita attesa Utile per azione;
- $X_4$  = percentuale degli utili distribuiti nel più recente anno fiscale.

Nella seguente tabella vengono riportati i dati aggregati per i vari settori:

Settore	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
Banche	2,87	0,1840	10,57	28,25
Computer & Periferiche	7,17	0,1893	28,24	31,37
Computer Software	7,69	0,1253	31,36	28,12
Farmaceutico	13,03	0,2571	28,12	25,05
Elettronica	3,16	0,0853	25,04	16,65
Servizi Finanziari	4,34	0,1983	16,65	46,77
Internet	4,14	-0,3083	46,76	0,00

$\sum X_1 = 42,41$      $\sum X_1^2 = 334,66$   
 $\sum X_3 = 186,78$      $\sum X_3^2 = 5776,55$   
 $\sum X_4 = 176,21$      $\sum X_4^2 = 5564,82$

$\sum X_1 X_3 = 1185,89$   
 $\sum X_1 X_4 = 1104,34$   
 $\sum X_3 X_4 = 3967,67$

- a) Si determinino i parametri del piano interpolante a minimi quadrati che spiega il rapporto Prezzo/Valore contabile  $X_1$  in funzione delle variabili  $X_3$  ed  $X_4$ :  $\hat{X}_1 = a + \alpha_{13,4} X_3 + \alpha_{14,3} X_4$ . Si fornisca un'interpretazione adeguata sia dei coefficienti di regressione  $\alpha_{13,4}$  ed  $\alpha_{14,3}$  che della costante  $a$ .
- b) Si determinino i parametri della retta interpolante a minimi quadrati  $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13} X_3$ . Si interpreti il coefficiente angolare  $\alpha_{13}$  e lo si confronti, commentando opportunamente, con il corrispondente coefficiente di regressione parziale determinato per il piano al punto a).
- c) Si valuti e si commenti la bontà di adattamento del piano di cui al punto a).
- d) Si calcoli e si commenti la matrice di correlazione relativa alle variabili  $X_1$ ,  $X_3$  ed  $X_4$ . Si calcoli inoltre il coefficiente di correlazione parziale  $r_{14,3}$  e lo si confronti, commentando opportunamente, con quello grezzo  $r_{14}$ .
- e) Inserendo nel modello al punto a) anche la variabile  $X_2$  il metodo dei minimi quadrati fornisce il seguente iperpiano:

$$\hat{X}_1^{IP} = -5,64 + 28,02 X_2 + 0,37 X_3 - 0,05 X_4 \quad (1)$$

Si commenti il coefficiente di regressione relativo alla variabile  $X_4$  e lo si confronti, commentando opportunamente, con  $\alpha_{14,3}$  calcolato al punto a). Sapendo che

$$\sum_{i=1}^7 (X_{1i} - \hat{X}_{1i}^{IP})^2 = 13,6687, \text{ si valuti il miglioramento della bontà di adattamento nel passaggio}$$

dal piano di regressione calcolato al punto a) all'iperpiano (1), sia in termini di varianza spiegata che in termini di varianza residua.