Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A
Prova parziale di Probabilità **06.02.09**

COGNOME_____NOME _____Matr. _____

Docente: □ ECOCOM (A-Le) ECOECO/ECOAZ □ ECOCOM (Li Z) ECOECO/ECOAZ □ ECOBAN □ ECOSTI

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

1) Sia X una v.c. continua avente la seguente funzione di densità

$$f(x)=\begin{cases} kx & -1<x<0 \\ -kx & 0\le x<3 \\ 0 & altrove \end{cases}$$

a) Si determini il valore della costante k che rende $f(x)$ una funzione di densità e si tracci il grafico di $f(x)$.
b) Si ricavi la funzione di ripartizione e il primo quartile di X.
c) Si calcoli il valore atteso di X.
d) Si calcoli il secondo momento standardizzatodella v.c. X e si commenti.

2) La lunghezza della tratta aerea di un aeroplano tra due scali aereoportuali può essere descritta da una v.c. esponenziale Y con scarto quadratico medio pari a 50 miglia.
a) Si determini il parametro θ della distribuzione.
b) Si calcoli la probabilità che l'aeroplano percorra più di 50 miglia.
c) Sapendo che l'aereo ha già percorso 60 miglia, si calcoli la probabilità che percorra 95 miglia.
d) Si calcoli il valore atteso e la varianza del percorso totale effettuato da quattro aerei.

3) Il 15% dei clienti di un'edicola compra una data rivista. I 2/3 dei clienti che acquista tale rivista compra anche un quotidiano, mentre l'80% dei clienti che non compra tale rivista non acquista un quotidiano.
a) Sapendo che un cliente non ha acquistato un quotidiano, qual è la probabilità che acquisti la rivista in esame?
b) Si calcoli la probabilità che solamente alla terza estrazione con riposizione si estragga un cliente che abbia acquistato la rivista in questione.
c) Si determini la probabilità che alla terza estrazione con riposizione si estragga il secondo cliente che abbia acquistato la rivista in questione.
d) Si estraggono 10 persone dai 100 clienti dell'edicola e si rileva se questi acquistino la rivista in questione. Si calcoli il valore atteso e la varianza nel caso in cui le estrazioni siano effettuate con riposizione e senza riposizione. Si confrontino e si commentino i risultati ottenuti.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A
Prova parziale di Probabilità **06.02.09**

COGNOME_____NOME _____Matr. _____

Docente: ☐ ECOCOM (A-Le) ECOECO/ECOAZ ☐ ECOCOM (L-Z) ECOECO/ECOAZ ☐ ECOBAN ☐ ECOSTI

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

1) Un'urna contiene tre palline bianche e cinque palline nere. Le palline sono estratte ad una ad una e messe da parte. Il giocatore A vince se l'ultima pallina estratta è bianca, il giocatore B vince se l'ultima pallina estratta è nera.

a) Qual è la probabilità che vinca il giocatore A?
b) Qual è la probabilità che vinca il giocatore B sapendo che la prima pallina estratta è bianca?
c) Sapendo che il giocatore B ha vinto, qual è la probabilità che la prima pallina estratta sia nera?
d) Qual è la probabilità che A vinca e che la prima pallina estratta sia nera?

2) Si consideri la funzione

$$f(x) = k \cdot x^3, \quad 0 < x < 10$$

a) Si determini il valore di k per cui $f(x)$ è una funzione di densità.
b) Si determini la probabilità $P\{5 < X < 8 \mid X > 6\}$.
c) Si ricavi e si rappresenti graficamente la funzione di ripartizione $F(x)$.
d) Si determini il valore atteso $E(X)$.

3) La durata in mesi di una valvola per radio d'epoca segue una legge esponenziale di parametro $\theta = 0{,}04$.

a) Per quanti mesi il venditore deve garantire la valvola se desidera che la probabilità che essa soddisfi la garanzia sia 0,70?
b) Seguendo le indicazioni del punto a), se il venditore ha venduto 10 valvole, ciascuna ad un cliente diverso, qual è la probabilità che al più due clienti richiedano il rimborso entro i termini della garanzia?
c) Se il venditore ha venduto 50 valvole, ciascuna ad un cliente diverso, qual è la probabilità che meno di dieci clienti richiedano il rimborso entro i termini della garanzia?

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A
Prova parziale di Regressione **06.02.09**

COGNOME_____NOME _____Matr. _____

Docente: □ ECOCOM (A-Le) ECOECO/ECOAZ □ ECOCOM (Li-Z) ECOECO/ECOAZ □ ECOBAN □ ECOSTI

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

Una banca estera ha condotto recentemente un'indagine nella quale sono state rilevate le seguenti tre variabili relative ad alcune province lombarde:

X_1 = il numero di sportelli bancari nell'anno 2007 (in centinaia);
X_2 = la superficie delle province (in centinaia di Km^2);
X_3 = la popolazione (in centinaia di migliaia di abitanti).

L'indagine ha permesso di ottenere la seguente matrice di varianze-covarianze:

	X_1	X_2	X_3
X_1	43,00		
X_2	12,66	132,36	
X_3	62,89	12,12	92,67

e le seguenti informazioni relative alle medie aritmetiche:

	X_1	X_2	X_3
Media	5,87	21,69	8,28

a) Si determinino i parametri della retta a minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13} X_3$ e se ne forniscano le rispettive interpretazioni. Si valuti la bontà di adattamento di tale retta e si commenti.
b) Si determinino i parametri del piano a minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12.3} X_2 + \alpha_{13.2} X_3$ e se ne forniscano le rispettive interpretazioni.
c) Si calcoli il coefficiente di correlazione multipla $R_{1.23}$ e si interpreti il valore ottenuto.
d) Dopo aver calcolato la bontà di adattamento del piano interpolante, si valuti e si commenti il grado di miglioramento sia in termini di varianza spiegata che in termini di varianza residua nel passaggio dalla retta al piano. E' ragionevole aggiungere la variabile esplicativa X_2 al modello? (motivare la risposta).
e) Si calcolino i coefficienti di correlazione $r_{13.2}$ e r_{13}, confrontando i valori ottenuti.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Regressione **06.02.09**

COGNOME _____NOME _____Matr. _____

Docente: □ ECOCOM (A-Le) ECOECO/ECOAZ □ ECOCOM (L~~i~~ Z) ECOECO/ECOAZ □ ECOBAN □ ECOSTI

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

Una società che produce energia ha rilevato per 10 famiglie le seguenti variabili:

X_1 = spesa mensile per il consumo di energia elettrica (espresso in Euro);
X_2 = quantità di energia elettrica consumata in un mese (espressa in kWh);
X_3 = numero di componenti della famiglia.

Dalla rilevazione si ottengono i seguenti risultati:

X_1	X_2	X_3
25	83	2
37	123	4
15	54	1
22	75	2
33	112	4
42	156	5
20	63	2
35	118	4
28	93	3
36	121	5

	Media	Varianza
X_1	29,30	67,61
X_2	99,80	902,16
X_3	3,20	1,76

e le seguenti informazioni $\sum X_1 X_2 = 31684$ $\sum X_2 X_3 = 3572$ $\sum X_1 X_3 = 1043$.

a) Si determinino i parametri della retta interpolante a minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12} X_2$ e se ne forniscano le relative interpretazioni.

b) Si determinino i parametri del piano interpolante a minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12.3} X_2 + \alpha_{13.2} X_3$ e se ne forniscano le relative interpretazioni. Si commenti inoltre la differenza tra α_{12} e $\alpha_{12.3}$.

c) Si rappresentino graficamente i residui del piano determinato nel punto b), fornendo un breve commento.

d) Si valuti il miglioramento d'adattamento che si ottiene nel passaggio dalla retta del punto a) al piano del punto b) in termini di varianza residua e si commenti il risultato ottenuto.

e) In alternativa al piano a minimi quadrati considerato al punto b), si propone il seguente modello moltiplicativo $\hat{X}_1 = 1{,}1553 \cdot X_2^{0,6512} \cdot X_3^{0,2109}$. Si interpretino i valori dei parametri ricavati per questo modello.

f) Si scelga un indice appropriato per confrontare la bontà di adattamento del piano determinato al punto b) con quella del modello moltiplicativo considerato nel punto e), stabilendo quale dei due fornisce la rappresentazione più accurata dei dati raccolti.