

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A

Prova parziale di Probabilità

14.12.07

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Greselin Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

Domanda di teoria (da svolgere sul primo foglio quadrettato e riconsegnare entro 20 minuti):

La v.c. di Pareto: si indichi la funzione di densità, si ricavino la funzione di ripartizione e l'espressione del generico quantile di ordine p , (si determini l'espressione dei momenti dall'origine di ordine r e se ne discuta l'esistenza.)

1) Sia X una v.c. la cui funzione di ripartizione è la seguente:

$$F(x) = \left(1 + \frac{\lambda}{x}\right)^{-1} \quad \text{per } x > 0, \quad \text{con } \lambda \text{ costante reale positiva.}$$

- Si determini la funzione di densità di X .
- Si verifichino le caratteristiche della funzione di ripartizione.
- Si calcoli la mediana (in funzione della costante λ) e il generico quantile di ordine p .
- Ponendo $\lambda = 2$ e si calcolino $P(3 < X < 7)$ e $P(X < 7 \mid X > 3)$.

2) In un aeroporto italiano, su 60 voli domenicali, si sa che il 75% dei voli viene operato dal vettore ABK. Si sa inoltre che, nella giornata di domenica, il 4% dei voli operati da ABK risulta essere in ritardo, mentre la percentuale dei voli in ritardo operati da altri vettori è dell'8%.

- Qual è la probabilità che un volo sia in ritardo nella giornata di domenica?
- Qual è la probabilità che se il volo è in ritardo sia operato da ABK?
- Un addetto del controllo voli decide di analizzare la situazione nella giornata di domenica. Estrae senza riposizione 15 voli dei 60 previsti. Qual è la probabilità che 5 siano in ritardo? Si calcoli inoltre media e varianza della v.c. che conta i voli in ritardo sui 15 estratti senza riposizione.

3) Il consumo mensile Y per beni di prima necessità delle famiglie irlandesi composte da 4 persone si distribuisce come una legge lognormale. Si sa che l'80% delle famiglie consuma mensilmente al più 1100 €, mentre il consumo medio è pari a 800 €

- Si illustri e si dimostri la relazione che esiste tra la v.c. normale e la v.c. lognormale.
- Posto $\delta = 0.576$, si calcoli la varianza della v.c. Y .
- Posto $\delta = 0.576$, si calcoli $Pr(500 < Y \leq 800)$.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A

Prova parziale di Probabilità

14.12.07

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

Domanda di teoria (da svolgere sul primo foglio quadrettato e riconsegnare entro 20 minuti):

La funzione generatrice dei momenti: si dia la definizione, se ne evidenzi il legame con i momenti e se ne enuncino i principali teoremi (con dimostrazione).

- 1) Due amici, A e B, si sfidano a minigolf su un terreno formato da 6 buche. In ciascuna buca, la probabilità che A giochi meglio di B è 0.6.
- Si calcoli la probabilità che A giochi meglio di B in 5 delle 6 buche.
 - Si forniscano il valore atteso e la varianza del numero di buche in cui A gioca meglio di B.
 - Si valuti la probabilità che la prima buca in cui B gioca meglio di A sia la quarta.
 - Si determini la probabilità che la seconda buca in cui B gioca meglio di A sia la sesta.

- 2) Il tempo di funzionamento ininterrotto di una fotocopiatrice per ufficio può essere descritto da una v.c. esponenziale X con mediana pari a 45 giorni.
- Si determini il parametro θ della distribuzione.
 - Si calcolino il terzo quartile e la durata media di funzionamento ininterrotto della fotocopiatrice.
 - Si valuti la probabilità che la fotocopiatrice funzioni per più di 60 giorni ininterrottamente.
 - Sapendo che la fotocopiatrice sta già funzionando da 30 giorni, qual è la probabilità che non si guasti per altri 60 giorni?
 - Dopo aver enunciato e dimostrato la proprietà di assenza di memoria della v.c. esponenziale, si confrontino i risultati del punto c) e d) e si fornisca un commento appropriato.

- 3) La funzione di densità di una v.c. continua X è la seguente:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2k} & -1 \leq x < 0 \\ -x+1 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- Si determini il valore del parametro k e si tracci il grafico di $f(x)$.
- Si calcolino $E(X)$ e $Var(X)$.
- Si ricavi la funzione di ripartizione di X .
- Si determinino il primo ed il terzo quartile di X .

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A

Prova parziale di Probabilità

14.12.07

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

Domanda di teoria (da svolgere sul primo foglio quadrettato e riconsegnare entro 20 minuti):

La v.c. Gamma: si indichi la funzione di densità, si dimostri la relazione esistente con la v.c. Esponenziale, si ricavino (con il metodo ritenuto più opportuno) il valore atteso e la varianza.

- 1) Il 30% dei clienti di un'agenzia viaggi compra voli a lunga percorrenza. Il 70% dei clienti che compra voli a lunga percorrenza acquista anche il pernottamento, mentre soltanto il 25% dei clienti che non compra voli a lunga percorrenza acquista anche il pernottamento.
 - a) Sapendo che un cliente ha acquistato il pernottamento, qual è la probabilità che abbia comprato un volo a lunga percorrenza?
 - b) Effettuando delle estrazioni con riposizione dai clienti dell'agenzia viaggi, si calcoli la probabilità di estrarre un individuo che abbia acquistato il pernottamento solamente alla quinta estrazione.
 - c) Da un gruppo di 10 clienti se ne estraggono 3 in blocco. Si calcoli la probabilità che meno di due clienti acquistino voli a lunga percorrenza.

- 2) La variabile casuale X = "Numero di cellule malate presenti in un tessuto" ha distribuzione di Poisson con parametro $\lambda = 1.9$.
 - a) Si calcoli $P(X > 3)$.
 - b) Si calcoli la media e la varianza di X utilizzando la funzione generatrice dei momenti.
 - c) Sia Y la variabile casuale che conta il numero di cellule malate in un altro tessuto. Si assuma che X e Y abbiano la stessa distribuzione e che siano variabili casuali indipendenti. Si calcoli $P(X+Y > 3)$ e $P(X=2 | X+Y = 4)$.

- 3) Sia X una v.c. discreta avente la seguente funzione di probabilità:

x	-1	1	2	3	5	8
$p(x)$	$0.4k$	k	0.15	$0.1k$	$3k$	$0.5k$

- a) Determinare il valore della costante k che rende $p(x)$ una funzione di probabilità per la v.c. discreta X .
- b) Ricavare la funzione di ripartizione di X e tracciarne il grafico.
- c) Dopo aver enunciato le proprietà della funzione di ripartizione di una v.c., si verifichi che esse valgono per la v.c. discreta X .
- d) Determinare il nono decile della v.c. X .
- e) Calcolare la funzione generatrice dei momenti di X e, da questa, ricavare il valore atteso.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A

Prova parziale di Probabilità

14.12.07

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale

Domanda di teoria (da svolgere sul primo foglio quadrettato e riconsegnare entro 20 minuti):

La variabile casuale log-normale: se ne definisca la funzione di densità, i momenti, i quantili e si dia dimostrazione del legame con la v.c. Normale.

1) Sia X una v.c. continua avente la seguente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{0.5x}{k} & 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- 1) Si determini il valore della costante k e si tracci il grafico di $f(x)$.
 - 2) Si ricavino la funzione di ripartizione e la mediana di X .
 - 3) Sapendo che X assume valori maggiori di 3.5, si calcoli la probabilità che la v.c. assuma valori minori di 4.5.
- 2) In un ufficio ci sono tre fotocopiatrici che richiedono l'intervento del tecnico per la sostituzione del toner: ciò avviene mediamente dopo un mese per le macchine A e B e dopo due mesi per la macchina C. Le tre fotocopiatrici lavorano in modo indipendente. Se il tempo di richiesta dell'intervento del tecnico per ogni macchina segue una legge esponenziale:
- a) Si calcoli la probabilità che nel prossimo mese nessuna macchina richieda l'intervento del tecnico;
 - b) Sapendo che la macchina C non ha richiesto l'intervento del tecnico nel primo mese, si determini la probabilità che fino al quarto mese non richieda la sostituzione del toner;
 - c) Si calcoli la probabilità che la macchina C nei prossimi 100 mesi per almeno 45 volte non richieda l'intervento del tecnico.
- 3) In una certa azienda, il reddito mensile (espresso in euro) degli operai segue la legge di Pareto di parametri $x_0 = 500$ e $\theta = 2$, mentre il reddito degli impiegati segue una distribuzione Rettangolare continua di parametro $a = 600$ e valore atteso pari a 1700 €. Si sa che l'85% dei dipendenti sono operai.
- a) Si valuti la probabilità che un impiegato abbia un reddito superiore a 1800 Euro.
 - b) Si determini la probabilità che un dipendente dell'azienda abbia un reddito superiore a 1800 Euro.
 - c) Estratto a caso un dipendente, e avendo verificato che il suo reddito è superiore a 1800 Euro, si determini la probabilità che egli sia un operaio.
 - d) Si calcoli la mediana del reddito per gli operai e, separatamente, la varianza del reddito per gli impiegati.
 - e) Si ricavi teoricamente la formula del momento di ordine r dall'origine per la v.c. di Pareto e si dica sotto quali condizioni esiste.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Regressione Multipla **31.01.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale.

Un concessionario che tratta anche l'usato, ha rilevato su un collettivo di 9 autoveicoli le seguenti variabili:

- X_1 : fatturato relativo alla vendita del bene (espresso in migliaia di Euro);
- X_2 : valore all'acquisto (espresso in migliaia di Euro);
- X_3 : chilometri percorsi (espressi in migliaia);
- X_4 : anni dalla prima immatricolazione.

Sono disponibili la matrice di varianze-covarianze:

	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	66.2190			
X_2	89.6364	141.2727		
X_3	-143.7810	-67.2727	1 735.5372	
X_4	-16.8512	-16.0000	97.6033	8.2314

e le medie aritmetiche delle singole variabili:

	X_1	X_2	X_3	X_4
Media	11.5909	23.0000	44.0909	3.3636

1) Si calcolino i parametri delle due rette interpolanti a minimi quadrati:

$$I. \hat{X}_1 = a + \alpha_{13} X_3 \qquad II. \hat{X}_1 = b + \alpha_{14} X_4$$

e si individui, tramite opportuni indici, la retta che presenta il migliore adattamento ai dati.

- 2) Si determinino e si interpretino i parametri del piano a minimi quadrati che spiega il fatturato X_1 in funzione del valore all'acquisto X_2 e della variabile esplicativa ritenuta migliore al punto 1).
- 3) Si calcoli la varianza residua del piano determinato al punto 2) e si fornisca una misura della sua bontà di adattamento.
- 4) Si valuti il grado di miglioramento in termini di varianza totale e residua che si ottiene passando dalla retta $I.$ al piano determinato al punto 2).
- 5) Si calcoli la matrice di correlazione. Si valuti poi il coefficiente di correlazione parziale $r_{24,3}$ e lo si confronti con il corrispondente coefficiente grezzo r_{24} , commentando il risultato.
- 6) Sapendo che il coefficiente di correlazione parziale di ordine due, $r_{14,23}$, assume il valore -0.2228, si calcoli l'indice di determinazione multiplo $I^2_{1,234}$ riferito all'iperpiano:

$$\hat{X}_1 = a + \alpha_{12,34} X_2 + \alpha_{13,24} X_3 + \alpha_{14,23} X_4$$

e si commenti il risultato ottenuto.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Regressione Multipla **31.01.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale.

Su un collettivo di 25 aziende manifatturiere vengono rilevati i seguenti caratteri:

- X_1 = fatturato (centinaia di migliaia di Euro)
- X_2 = costo dei dipendenti (centinaia di migliaia di Euro)
- X_3 = costo delle materie prime (centinaia di migliaia di Euro)

Vengono riportate la matrice di correlazione e alcune sintesi dei caratteri:

	X_1	X_2	X_3
X_1	1		
X_2	0.6814	1	
X_3	0.1321	0.1211	1

	Media	Scarto quad. medio
X_1	70.76	8.97
X_2	25.44	5.26
X_3	10.25	1.88

- a) Si determinino i parametri della retta a minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e se ne forniscano le rispettive interpretazioni. Si calcoli inoltre la bontà di adattamento della retta.
- b) Si determinino i parametri del piano a minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$ e se forniscano le relative interpretazioni. Si commenti inoltre la differenza tra α_{12} e tra $\alpha_{12,3}$.
- c) Si preveda il fatturato di un'azienda con costo dei dipendenti pari a 25 centinaia di migliaia di Euro ed un costo delle materie prime di 9 centinaia di migliaia di Euro.
- d) Si determini la varianza residua del piano determinato al punto b) e da questa si deduca un indice per valutare la bontà di adattamento del piano.
- e) Si calcoli il coefficiente di correlazione multipla $R_{1,2,3}^2$ e si interpreti adeguatamente il risultato.
- f) Si valuti il grado di miglioramento, in termini di varianza spiegata e residua, che si ottiene passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto b). Si commentino i risultati ottenuti.
- g) Si calcoli il coefficiente di correlazione $r_{12,3}$ e lo si confronti con r_{12} .

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Regressione Multipla **31.01.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale.

- 1) Nei giorni feriali il direttore di un supermercato è di cattivo umore con probabilità pari a 0.6. E' noto che se è di cattivo umore litiga con la cassiera Paola con probabilità pari a 0.9, mentre se non è di cattivo umore la probabilità che litighi con Paola è solo pari a 0.5.
 - a) Si stabilisca, motivando la risposta, se gli eventi "Il direttore non è di cattivo umore" e "Il direttore non litiga con Paola" sono indipendenti.
 - b) Si calcoli la probabilità che il direttore sia di cattivo umore sapendo che non ha litigato con Paola.
 - c) Sia X la variabile casuale "Numero di giorni di una settimana di lavoro (6 giorni lavorativi) nei quali il direttore non litiga con Paola". Supponendo che gli eventi "Il direttore non litiga con Paola in un dato giorno della settimana" sono indipendenti ed identicamente distribuiti, si calcoli $P(X > 3)$.

- 2) Si supponga che la perdita X delle aziende di una provincia lombarda appartenente ad un dato settore segua la legge di Pareto con media pari a 25000€ e perdita minima 1000€
 - a) Determinare il primo quartile.
 - b) Determinare la varianza della perdita delle aziende.
 - c) Determinare la percentuale di aziende che presenta una perdita maggiore di 40000€
 - d) Se un'azienda ha una perdita superiore a 2000€, qual è la probabilità che abbia perso meno di 5000€?

3) Si consideri la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1/3 & 3 < x \leq a, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- a) Determinare il valore di a tale per cui $f(x)$ sia una funzione di densità.
- b) Si determini la funzione di ripartizione e il terzo quartile della v.c. X che ha come funzione di densità $f(x)$.
- c) Si considerino le v.c. X_1 e X_2 identicamente distribuite con funzione di densità $f(x)$ e sia $Y = X_1 + X_2$. Sapendo che il coefficiente di correlazione lineare tra X_1 e X_2 è 0.23, si ricavi la media e la varianza di Y .

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Regressione Multipla **18.02.2008**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale.

Un'azienda produttrice di beni di largo consumo vuole valutare l'efficacia di diversi tipi di pubblicità nella promozione dei suoi prodotti. A tale scopo considera un campione casuale di 12 città di pari dimensione demografico e su di esso vengono rilevate le seguenti variabili:

- X_1 = Vendite (in migliaia di Euro)
- X_2 = Spese in pubblicità effettuata in televisione su canali locali (in migliaia di Euro)
- X_3 = Spese in pubblicità effettuata sui giornali locali (in migliaia di Euro)

Viene presentata la matrice delle varianze e covarianze insieme ad altre misure di sintesi:

	X_1	X_2	X_3
X_1	1024,5358		
X_2	419,8378	320,1419	
X_3	195,7708	-11,4573	138,0208

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= 135,05 \\ \bar{X}_2 &= 45,833 \\ \bar{X}_3 &= 31,25 \end{aligned}$$

- a) Si determinino i parametri della retta a minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e se ne forniscano le rispettive interpretazioni. Si valuti inoltre la bontà di adattamento della retta.
- b) Si determinino i parametri del piano a minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$ e se ne forniscano le relative interpretazioni. Si commenti inoltre la differenza tra α_{12} e tra $\alpha_{12,3}$.
- c) Si fornisca una misura della bontà di adattamento del piano interpolante di cui al punto b).
- d) Si calcolino e interpretino i coefficienti di correlazione r_{13} e $r_{13,2}$.
- e) Si valuti e si commenti il grado di miglioramento in varianza spiegata e residua nel passaggio dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto b).
- f) Si consideri il carattere X_4 = "Spese in pubblicità effettuata su radio su emittenti locali (in migliaia di Euro)", per il quale si ha

$$r_{14} = 0,0837 \quad r_{24} = -0,1753 \quad r_{34} = -0,0155 ;$$

si determini il coefficiente di correlazione parziale $r_{13,24}$ e se ne deduca un opportuno indice di miglioramento in varianza residua. Si commenti quindi il valore trovato per quest'ultimo.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Regressione Multipla **18.02.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale.

Una catena di supermercati conduce una ricerca di mercato su un particolare tipo di barretta dietetica al cioccolato. A tal proposito rileva su 9 negozi, che hanno approssimativamente lo stesso volume di vendite, le seguenti variabili:

- X_1 : numero di barrette vendute in un mese;
- X_2 : prezzo (in centesimi di euro) di una barretta;
- X_3 : spesa (in euro) mensile per le attività promozionali

I risultati della rilevazione effettuata sono riportati nella seguente tabella:

Negozi	X_1	X_2	X_3
1	1916	79	200
2	2295	79	400
3	4226	59	400
4	4113	79	600
5	5000	59	600
6	3354	99	600
7	4141	59	200
8	1096	99	200
9	2114	99	400
Totali	28255	711	3600

$$\sum X_1 X_2 = 2.096.085, \quad \sum X_1 X_3 = 12.364.800, \quad \sum X_2 X_3 = 284.400,$$

$$\sum X_1^2 = 102.781.335, \quad \sum X_2^2 = 58.569, \quad \sum X_3^2 = 1.680.000$$

- a) Si calcolino i parametri della retta interpolante ai minimi quadrati $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12} X_2$. Dopo aver interpretato il valore di α_{12} , si fornisca una misura della bontà di adattamento di questo modello, commentandola opportunamente.
- b) Si calcolino e si interpretino i parametri del piano interpolante a minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12,3} X_2 + \alpha_{13,2} X_3$ e si confrontino i coefficienti di regressione α_{12} e $\alpha_{12,3}$, commentando appropriatamente.
- c) Si valuti e si commenti la bontà di adattamento del piano di cui al punto b).
- d) Si calcolino e si commenti un indice appropriato per valutare il miglioramento nella bontà di adattamento nel passaggio dalla retta del punto a) al piano del punto b) sia in termini di varianza spiegata sia in termini di varianza residua.
- e) In alternativa al piano a minimi quadrati considerato al punto b), un ricercatore propone il seguente modello: $\hat{X}_1 = 74.293 X_2^{-1,578} X_3^{0,6051}$. Si interpretino i valori dei parametri ricavati dal ricercatore per questo modello.
- f) Dopo aver indicato un indice appropriato per valutare la bontà di adattamento del modello proposto al punto e), se ne calcoli il valore e lo si commenti. Si fornisca, inoltre, la rappresentazione grafica dei residui del modello proposto al punto e).

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II

Prova parziale di Probabilità

18.02.08

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Arrotondare i calcoli alla terza cifra decimale.*

1) Sia X una v.c. continua avente la seguente funzione di densità:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

1. Si determini il valore di k che rende $f(x)$ una funzione di densità per la variabile casuale continua X .
2. Si calcoli la funzione di ripartizione di X e si determini $P[1.1 \leq X \leq 1.4]$.
3. Si fornisca il valore atteso e il secondo momento standardizzato di X .

2) La distribuzione dell'ammontare del fatturato (in milioni di €) delle aziende del settore chimico segue la legge lognormale di parametri $\gamma = 2$ e $\delta = 1$.

- a) Si calcoli il valore atteso e la varianza del fatturato delle aziende.
- b) Si calcoli il terzo quartile e si commenti.
- c) Se si sa che il fatturato di un'azienda è maggiore di 3 milioni di € si calcoli la probabilità che sia minore di 4.5 milioni di €

3) L'Ufficio ricerche di mercato chiede ad un campione di 12 persone se preferiscono un nuovo prodotto. Sapendo che il 30% preferiscono il vecchio tipo di prodotto, il 50% preferiscono il nuovo prodotto e il 20% sono indifferenti:

- a) si determini la probabilità che nel campione entrino 8 clienti che preferiscono il nuovo prodotto e 2 che preferiscono il vecchio prodotto;
- b) sapendo che 3 clienti preferiscono il vecchio tipo, si determini la probabilità che 5 clienti preferiscano il nuovo tipo;
- c) si calcoli il valore atteso e la varianza del numero di clienti che sono indifferenti e la covarianza fra il numero di clienti che preferiscono il vecchio tipo e quelli che preferiscono il nuovo tipo;
- d) se si estraggono 300 consumatori si calcoli la probabilità che almeno 240 di essi preferiscano il nuovo prodotto.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Probabilità **18.02.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Arrotondare i calcoli alla terza cifra decimale.*

1) Sia data una v.c. discreta avente la seguente funzione di probabilità:

$$p(x) = \begin{cases} kx^3 & x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore di k che rende $p(x)$ una funzione di probabilità per la variabile casuale X .
- b) Si calcoli la funzione di ripartizione di X e se ne tracci il grafico.
- c) Si forniscano la mediana ed il primo quartile.
- d) Si determini l'espressione della f.g.m. e da questa si calcoli il valore atteso di X .

2) In un supermercato sono arrivate due partite di uova. Nella partita A, che rappresenta il 60% delle uova acquistate dal supermercato, il peso delle uova si distribuisce secondo la legge normale con media 50 gr. e scarto quadratico medio pari a 5 gr. Nella partita B il peso delle uova si distribuisce secondo la legge normale con peso medio pari a 45 gr. e scarto quadratico medio pari a 2 gr.

- a) Si calcoli la probabilità che, estraendo un campione con riposizione di $n=64$ uova dalla partita A, almeno 20 di esse pesino più di 48 gr.
- b) Se si estrae una partita di uova con probabilità proporzionale alla sua dimensione, e da essa si estrae a caso un uovo, si calcoli la probabilità che esso abbia peso superiore a 47 gr.
- c) Se dalla partita A si estraiono uova con riposizione fino a che si ottiene un uovo avente peso superiore a 47 gr., si calcoli la probabilità che tale evento accada alla quarta estrazione.

3) Il numero di e-mail che arrivano nell'intervallo di un'ora ad un utente segue la legge di Poisson con media pari a 2.5.

- a) Si calcoli la probabilità che nelle prossime due ore arrivino meno di due e-mail.
- b) Si calcoli la probabilità che fra l'ultima e-mail e la successiva trascorra un tempo superiore a 20 minuti.
- c) Si calcoli la probabilità che per 5 giorni (considerati indipendenti) nella prima ora arrivi più di una e-mail.
- d) Sapendo che non si sono ricevute e-mail per un'ora, si calcoli la probabilità che si ricevano 6 e-mail per quattro ore.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II

Prova parziale di Regressione Multipla

27.03.08

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. **Arrotondare i calcoli alla terza cifra decimale.**

Una rivista per automobilisti ha rilevato alcune caratteristiche di utilitarie attualmente in commercio. Le variabili prese in esame sono

X_1 = prezzo „chiavi in mano“ in Euro;

X_2 = consumo medio espresso in litri/100 km;

X_3 = potenza massima espressa in cavalli;

X_4 = emissioni di CO₂ in g/km.

I risultati delle rilevazioni sono riportati nella seguente tabella:

modello	X_1	X_2	X_3	X_4	modello	X_1	X_2	X_3	X_4
A	10.601	5,8	60	138	J	14.586	6,3	75	150
B	13.051	6,3	100	149	K	19.781	6,2	95	148
C	9.941	5,7	54	135	L	20.101	5,3	95	128
D	15.361	6,6	60	150	M	11.001	6,0	80	144
E	12.051	6,5	69	154	N	12.951	5,6	60	134
F	11.101	5,8	75	139	O	9.551	4,6	68	109
G	13.401	6,5	80	154	P	13.251	4,3	68	112
H	17.101	5,9	83	139	Q	9.626	5,6	58	132
I	20.141	6,6	140	156	R	12.576	6,0	58	143

Utilizzando i seguenti risultati:

$$\sum x_1 = 246.173; \quad \sum x_2 = 105,6; \quad \sum x_3 = 1.378; \quad \sum x_4 = 2.514;$$

$$\sum x_1^2 = 3.578.109.503; \quad \sum x_2^2 = 626,48; \quad \sum x_3^2 = 113.042; \quad \sum x_4^2 = 354.158;$$

$$\sum x_1 x_2 = 1.455.280; \quad \sum x_1 x_3 = 19.753.063; \quad \sum x_1 x_4 = 34.637.569;$$

$$\sum x_2 x_3 = 8.158; \quad \sum x_2 x_4 = 14.892,1 \quad \sum x_3 x_4 = 194.226$$

- Si determinino i parametri della retta di regressione ai minimi quadrati $X_1 = a + \alpha_{12} X_2$ che spiega il prezzo X_1 in funzione dei consumi X_2 . Se ne fornisca la relativa interpretazione.
- Si determinino i parametri del piano di regressione ai minimi quadrati $X_1 = b + \alpha_{12,3} X_2 + \alpha_{13,2} X_3$ che spiega il prezzo X_1 in funzione del consumo X_2 e della potenza X_3 . Si fornisca l'interpretazione dei parametri determinati.
- Si valuti il grado di miglioramento in termini di varianza totale e residua che si ottiene passando dalla retta al punto a) al piano al punto b). Si commenti in modo opportuno.
- Si calcoli il coefficiente di correlazione parziale $r_{12,3}$ e lo si confronti con il corrispondente coefficiente di correlazione grezzo r_{12} .
- Si determinino i parametri dell'iperpiano di regressione ai minimi quadrati $X_1 = b + \alpha_{12,34} X_2 + \alpha_{13,24} X_3 + \alpha_{14,23} X_4$ che spiega il prezzo X_1 in funzione del consumo X_2 , della potenza X_3 e delle emissioni di CO₂ X_4 . Si confrontino opportunamente α_{12} , $\alpha_{12,3}$ e $\alpha_{12,34}$.
- Si fornisca una misura della bontà di adattamento dell'iperpiano interpolante di cui al punto e). Si valuti e si commenti il grado di miglioramento della bontà di adattamento che si ottiene nel passaggio dal piano al punto b) all'iperpiano considerato.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova di Regressione

27.03.08

Cognome _____ **Nome** _____ **Matricola** _____

Docente: Prof.ssa Pollastri Prof. Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

In 10 Comuni italiani, nell'ambito di studi legati alla tassazione, sono state rilevate le seguenti variabili:

- X_1 = percentuale di famiglie al di sotto della soglia di povertà;
- X_2 = percentuale di disoccupati presenti nella popolazione adulta;
- X_3 = percentuale di famiglie che vivono in abitazione di proprietà.

Le rilevazioni hanno dato luogo alla seguente matrice di varianze-covarianze:

	X_1	X_2	X_3
X_1	0.6277	0.0247	-2.1351
X_2		0.2156	4.0430
X_3			87.5000

Inoltre si hanno le seguenti informazioni:

	X_1	X_2	X_3
Media	1.932	2.880	53.900

- a) Si determinino i parametri della retta interpolante $\hat{X}_1 = b + \alpha_{12}X_2$.
- b) Si determinino i parametri del piano interpolante $\hat{X}_1 = \alpha + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$ e si fornisca la relativa interpretazione. Si confronti α_{12} con $\alpha_{12,3}$, commentando opportunamente.
- c) Si calcolino i coefficienti di correlazione parziali $r_{12,3}$ e $r_{13,2}$. Si commentino adeguatamente i risultati, confrontandoli con il relativo coefficiente di correlazione grezzo.
- d) Si valuti il grado di miglioramento in termini di varianza spiegata e varianza residua nel passare dalla retta al piano.
- e) Avendo determinato l'equazione del modello Cobb Douglas per gli stessi dati: $\tilde{X}_1 = -12998502558.9468X_2^{8.1710}X_3^{-7.8752}$, si commenti il significato dei parametri.
- f) A partire dai residui di interpolazione dei due modelli, qui riportati:

X_1	3.0100	2.0900	2.1200	2.4400	1.0200	0.9700	2.9400	2.1200	2.0800	0.5300
$\hat{X}_1 - X_1$	0.0464	-0.1918	-0.3334	0.1881	-0.2815	0.2068	0.3945	-0.0579	0.0074	0.0215
$\tilde{X}_1 - X_1$	-0.2837	-0.2501	-0.1829	0.3555	-0.1733	0.0246	0.3377	0.0897	0.2070	-0.0060

se ne valuti e compari la bontà d'adattamento, commentando i risultati ottenuti:

- g) Si fornisca la rappresentazione grafica dei residui del piano dei minimi quadrati.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II

Prova parziale di Probabilità

27.03.08

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. **Arrotondare i calcoli alla terza cifra decimale.**

1) Sia X una v.c. continua avente la seguente funzione di ripartizione:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{10}{x}\right)^2 & x \geq 10 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

4. Si determini la funzione di densità per la variabile casuale X e se ne tracci il grafico.
5. Si calcoli $P[X > 14 \mid X < 20]$.
6. Si forniscano il valore atteso, la varianza e il primo quartile di X .

2) In una cittadina di Provincia ci sono tre cooperative di lavoro aventi le caratteristiche riportate nella tabella sottostante:

Cooperative	n. soci	Percentuale giorni non lavorati nell'ultimo anno
A	150	30%
B	100	40%
C	250	20%

- a) Si supponga di selezionare una cooperativa con probabilità proporzionale al numero di soci. Da essa si seleziona un socio. Basandosi sulla percentuale di giorni non lavorati nell'ultimo anno, si calcoli la probabilità che il socio selezionato non stia lavorando nella giornata odierna.
 - b) Sapendo che è stato selezionato un socio che non sta lavorando, si determini la probabilità che egli appartenga alla Cooperativa C.
 - c) Dalla Cooperativa B si estraggono soci fino a che se ne trova uno che non sta lavorando. Si calcoli la probabilità che ciò avvenga alla quinta estrazione.
 - d) Se dai 500 soci delle tre cooperative si estraggono 8 soci con riposizione e tre di essi appartengono alla Cooperativa A, si determini la probabilità che uno solo di essi appartenga alla Cooperativa B.
 - a)
- 3) Avendo selezionato dalla popolazione di una regione italiana un gruppo di uomini adulti coniugati si è verificato che la distribuzione mensile del reddito segue una legge lognormale con parametri $\gamma = 6.109$ e $\delta = .699$.
- a) Si calcoli la probabilità che, estraendo un individuo dal gruppo, questi abbia un reddito mensile compreso fra 1300 € e 2600 €
 - b) Si calcoli il valore atteso e la varianza del reddito.
 - c) Nella medesima regione, si è osservato il logaritmo del reddito delle mogli che ha distribuzione normale con valore atteso pari a 5.3 e varianza pari a 0.9. Si calcoli il valore atteso e la varianza del logaritmo del reddito complessivo del gruppo di coniugi supponendo che la correlazione fra il logaritmo del reddito dei mariti e delle mogli del gruppo sia nulla.

b)

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II
Prova parziale di Probabilità

27.03.08

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Arrotondare i calcoli alla terza cifra decimale.*

1) Sia X una v.c. discreta avente la seguente funzione di probabilità:

$$p(x) = \begin{cases} a \left(\frac{1}{2}\right)^x & x = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore di a che rende $p(x)$ una funzione di probabilità per la variabile casuale X .
 - b) Si determini la funzione generatrice dei momenti di X .
 - c) Si ricavi il valore atteso e la varianza dalla f.g.m. di X .
 - d) Si determini la probabilità che la v.c. X assuma un valore superiore a 1, sapendo che ha assunto un valore superiore a 0.
- 2) Un'azienda ha classificato i maggiori clienti in un gruppo A, formato da 8 clienti di cui 3 sono insolventi e in un gruppo B, formato da 10 clienti di cui 2 insolventi.
- a) Se si estraggono 4 clienti in blocco dal gruppo B, si costruisca la distribuzione del numero di insolventi nel campione;
 - b) Si fornisca il valore atteso e la varianza del numero di insolventi nel campione di cui al punto a);
 - c) Se si seleziona un gruppo a caso e da esso si estraggono 4 clienti in blocco, si determini la probabilità che vengano estratti 2 insolventi;
 - d) Sapendo che si sono estratti 2 insolventi, si calcoli la probabilità che sia stato selezionato il gruppo A.
- 3) La durata (espressa in anni) di un modello di frigorifero segue la legge esponenziale con valore atteso pari a 8 anni.
- a) Si calcoli la probabilità che un frigorifero abbia una durata superiore a 10 anni.
 - b) Sapendo che un frigorifero non ha subito guasti nei primi 5 anni di vita, si calcoli la probabilità che duri più di 10 anni.
 - c) Se la durata di un altro modello di frigorifero segue una legge di Pareto con valore atteso pari a 8 anni e $x_0 = 1$, si dica quale modello conviene scegliere se si vuole che sia massima la probabilità che la durata del frigorifero sia superiore a 10 anni.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A
Prova parziale di Probabilità **11.06.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale

1) Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } 0 \leq x \leq k, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore di k che rende $f(x)$ la funzione di densità di una variabile casuale X .
 - b) Si tracci il grafico della funzione di densità.
 - c) Si ricavi la funzione di ripartizione di X .
 - d) Si ricavino la mediana e $\Pr (X < 0.6 \mid X > 0.3)$.
- 2) Il comandante dei servizi segreti ha inviato 10 spie in missione. Tra di esse, 4 hanno ricevuto addestramento speciale e rivelano l'identità delle altre spie in caso di arresto con probabilità pari a 0.1; mentre le altre 6 spie, addestrate in modo tradizionale, rivelano l'identità dei loro colleghi in caso di arresto con probabilità pari a 0.3.
- a) Dopo qualche giorno il comandante viene informato che 4 spie sono state arrestate. Si calcoli la probabilità che tra le 4 spie arrestate ci siano 2 spie con addestramento speciale.
 - b) Alcune ore dopo viene smentita l'informazione e si viene a sapere che è stata arrestata una sola spia. Si calcoli la probabilità che la spia arrestata riveli l'identità dei suoi colleghi al nemico.
 - c) Il comandante decide di proseguire con la missione e di non richiamare le altre spie. Dopo una settimana il nemico identifica e arresta anche le altre 9 spie. Si calcoli la probabilità che la prima spia arrestata sia una delle 4 spie con addestramento speciale, sapendo che ha rivelato l'identità dei suoi 9 colleghi al nemico.
- 3) Gli stipendi mensili dei dipendenti di una multinazionale (espressi in Euro) sono distribuiti secondo la legge lognormale di parametri $\delta = 0.6$ e $\gamma = 7.09$.
- a) Si determini il nono decile e la varianza dello stipendio mensile dei dipendenti.
 - b) Si calcoli la probabilità che un dipendente estratto a caso abbia stipendio maggiore di 2000 Euro.
 - c) Estratti a caso 6 dipendenti, si calcoli la probabilità che al più 1 dipendente abbia stipendio maggiore di 2000 Euro.
 - d) Si calcoli la probabilità che sia necessario estrarre più di tre dipendenti per ottenere un dipendente con stipendio mensile maggiore di 2000 Euro.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A
Prova parziale di Regressione **11.06.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale

In riferimento a 10 consumatori, nella tabella che segue si sono raccolti i valori delle seguenti variabili:

X_1 : consumo medio mensile (in migliaia di Euro)

X_2 : reddito personale medio mensile (in migliaia di Euro)

X_3 : patrimonio (in centinaia di migliaia di Euro)

X_1	0.8	0.6	0.5	0.7	0.9	1.2	0.8	1.1	1.2	1.4
X_2	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.5	1.7	1.9	2.1	2.0
X_3	0.5	0.0	0.0	0.8	1.0	1.2	0.0	2.0	1.5	1.0

- a) Fra le seguenti rette dei minimi quadrati: $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 , e se ne determinino e commentino i parametri.
- b) Si calcolino $r_{12,3}$ e $r_{13,2}$, e se ne confrontino i valori con quelli dei rispettivi coefficienti grezzi.
- c) Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = c + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$, e si fornisca l'interpretazione statistica dei valori ottenuti.
- d) Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto b) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
- e) Si effettui l'analisi dei residui, mediante l'uso di indici e rappresentazione grafica, al fine di rintracciare tendenziosità e/o dati anomali.

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A
Prova parziale di Probabilità **24.06.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale

1) Sia data la funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & -k \leq x < 0 \\ -x + 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore del parametro k che rende $f(x)$ la funzione di densità per una variabile casuale X .
 - b) Si calcolino $E(X)$ e $Var(X)$.
 - c) Si ricavi la funzione di ripartizione di X .
 - d) Si determini il terzo quartile di X .
- 2) Il fatturato annuo delle imprese italiane operanti nel settore dell'Information Technology può essere descritto mediante una variabile casuale X avente distribuzione di Pareto. E' noto inoltre che il fatturato minimo annuo è di 50 mila Euro e che la mediana della distribuzione è pari a 63 mila Euro.
- e) Si determini il valore del parametro θ .
 - f) Si calcoli la probabilità che un'impresa abbia un fatturato inferiore a 80 mila Euro.
 - g) Sapendo che un'impresa ha realizzato un fatturato inferiore a 80 mila Euro, qual è la probabilità che il suo fatturato superi i 70 mila Euro?
 - h) Estratte casualmente dieci imprese (con riposizione), si calcoli la probabilità che quattro di esse abbiano realizzato un fatturato inferiore a 80 mila Euro.
- 3) Ogni mattina, uno studente sceglie a caso se recarsi in università con il motorino o con l'autobus. Se utilizza il motorino, arriva puntuale a lezione con probabilità 0.7; se invece sceglie l'autobus, tale probabilità scende a 0.5.
- a) Sapendo che stamattina lo studente è stato puntuale a lezione, si determini la probabilità che abbia usato il motorino.
 - b) Si calcoli la probabilità che lo studente incorra nel suo primo ritardo a lezione il quarto giorno della settimana.
 - c) Si valuti la probabilità che, su cinque giorni di lezione, lo studente sia puntuale in almeno tre giorni.
 - d) Un amico dello studente si reca in università in motorino con probabilità 0.2, altrimenti utilizza lo stesso autobus dello studente. Qual è la probabilità che in una mattina lo studente e l'amico si incontrino sull'autobus (senza essersi precedentemente accordati)?

Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A
Prova parziale di Regressione **24.06.08**

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale

Una società di investimenti vuole studiare il rapporto fra il valore di mercato ed il valore contabile delle società quotate in borsa. A tal proposito rileva su società appartenenti a 7 diversi settori le seguenti variabili:

- X_1 = rapporto Prezzo/Valore contabile del capitale netto per azione;
- X_2 = rapporto Utile d'esercizio/Capitale netto (Return On Equity, ROE);
- X_3 = percentuale di crescita attesa Utile per azione;
- X_4 = percentuale degli utili distribuiti nel più recente anno fiscale.

Nella seguente tabella vengono riportati i dati aggregati per i vari settori:

Settore	X_1	X_2	X_3	X_4	
Banche	2,87	0,1840	10,57	28,25	$\sum X_1 = 42,41$ $\sum X_1^2 = 334,66$ $\sum X_3 = 186,78$ $\sum X_3^2 = 5776,55$ $\sum X_4 = 176,21$ $\sum X_4^2 = 5564,82$ $\sum X_1 X_3 = 1185,89$ $\sum X_1 X_4 = 1104,34$ $\sum X_3 X_4 = 3967,67$
Computer & Periferiche	7,17	0,1893	28,24	31,37	
Computer Software	7,69	0,1253	31,36	28,12	
Farmaceutico	13,03	0,2571	28,12	25,05	
Elettronica	3,16	0,0853	25,04	16,65	
Servizi Finanziari	4,34	0,1983	16,65	46,77	
Internet	4,14	-0,3083	46,76	0,00	

- a) Si determinino i parametri del piano interpolante a minimi quadrati che spiega il rapporto Prezzo/Valore contabile X_1 in funzione delle variabili X_3 ed X_4 : $\hat{X}_1 = a + \alpha_{13,4}X_3 + \alpha_{14,3}X_4$. Si fornisca un'interpretazione adeguata sia dei coefficienti di regressione $\alpha_{13,4}$ ed $\alpha_{14,3}$ che della costante a .
- b) Si determinino i parametri della retta interpolante a minimi quadrati $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13}X_3$. Si interpreti il coefficiente angolare α_{13} e lo si confronti, commentando opportunamente, con il corrispondente coefficiente di regressione parziale determinato per il piano al punto a).
- c) Si valuti e si commenti la bontà di adattamento del piano di cui al punto a).
- d) Si calcoli e si commenti la matrice di correlazione relativa alle variabili X_1 , X_3 ed X_4 . Si calcoli inoltre il coefficiente di correlazione parziale $r_{14,3}$ e lo si confronti, commentando opportunamente, con quello grezzo r_{14} .
- e) Inserendo nel modello al punto a) anche la variabile X_2 il metodo dei minimi quadrati fornisce il seguente iperpiano: $\hat{X}_1^{IP} = -5,64 + 28,02X_2 + 0,37X_3 - 0,05X_4$ (1)
- f) Si commenti il coefficiente di regressione relativo alla variabile X_4 e lo si confronti, commentando opportunamente, con $\alpha_{14,3}$ calcolato al punto a). Sapendo che $\sum_{i=1}^7 (X_{1i} - \hat{X}_{1i}^{IP})^2 = 13,6687$, si valuti il miglioramento della bontà di adattamento nel passaggio dal piano di regressione calcolato al punto a) all'iperpiano (1), sia in termini di varianza spiegata che in termini di varianza residua.