

Esame di Inferenza Statistica / Inferenza Statistica Classica / Statistica II mod. B 23.01.09

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof. Zenga Prof. Cazzaro Prof. Zini

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

- 1) Un'azienda produttrice di trappole per zanzare vuole verificare l'efficacia di un nuovo prodotto. A tal fine vengono sistemate 4 trappole di nuova concezione in quattro siti e dopo dieci minuti viene contato il numero di zanzare catturato dalle trappole. I numeri rilevati sono $x_1 = 4$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$ e $x_4 = 5$. Si assuma che i numeri rilevati siano realizzazioni di variabili casuali di Poisson indipendenti e identicamente distribuite con funzione di probabilità

$$p(x; \lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots; \quad \lambda > 0.$$

- a) Si verifichi che la famiglia di distribuzioni di Poisson è una famiglia esponenziale commentando adeguatamente.
 - b) Si calcoli il valore assunto dalla funzione di verosimiglianza in corrispondenza di $\lambda = 3$.
 - c) Si ricavi lo stimatore di massima verosimiglianza per $\tau(\lambda) = 1/\lambda$ e il valore assunto da tale stimatore sul campione osservato.
 - d) Si ricavi una funzione $\tau^*(\lambda)$ per la quale esiste uno stimatore con varianza uguale al limite inferiore di Rao Cramer.
- 2) Il proprietario di una grande pizzeria propone un questionario ai clienti. La seguente tabella riporta la classificazione dei clienti intervistati rispetto al pizzaiolo P che ha preparato la pizza e rispetto al livello di gradimento G della pizza consumata.

G - P	A	B	C	Totale
Insufficiente	8	12	12	32
Sufficiente	29	35	34	98
Buono	23	33	42	98
Totale	60	80	88	228

- a) Si verifichi se vi è indipendenza tra il livello di gradimento e il pizzaiolo che ha preparato la pizza (si fissi l'ampiezza del test al 5%).
 - b) Si verifichi se le frequenze relative dei clienti che esprimono un giudizio positivo (sufficiente oppure buono) sulle pizze preparate dai pizzaioli A e B possono ritenersi uguali, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità pari al 0,10.
- 3) Su un campione di 122 studenti è stato rilevato il numero di ore di studio X e il voto conseguito (in trentesimi) all'esame di matematica Y . Dal campione rilevato risulta che $\bar{x} = 95$, $\bar{y} = 24$, $Cov(x, y) = 22,13$; $Var(x) = 82,81$ e $Var(y) = 14,44$.
Volendo applicare il modello lineare $Y = \beta_0 + \beta_1 X$,
- a) si verifichi $H_0: \beta_1 = 0$ contro alternativa bilaterale (si fissi l'ampiezza del test al 5%);
 - b) si calcoli un intervallo di confidenza al 95% per il voto medio di studenti che hanno studiato per 100 ore;
 - c) si ricavi un intervallo di confidenza al 99% per la varianza σ^2 dei residui del modello (per n elevato si può usare l'approssimazione $\chi^2_{n;p} \cong \frac{1}{2} (z_p + \sqrt{2n-1})^2$ per il p -esimo percentile della distribuzione χ^2_n).