

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.Cazzaro

Prof. Zenga

Prof.Zini

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

1) Si consideri un campione casuale di ampiezza n dalla seguente funzione di densità (di Pareto):

$$f_X(x; \vartheta) = \begin{cases} \vartheta \cdot x_0^\vartheta \cdot x^{-(\vartheta+1)} & x \geq x_0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases},$$

ove è noto che $\vartheta = 3$, e si voglia fare inferenza sul parametro x_0 .

Si ricordi, altresì, che valgono le seguenti: $E(X) = x_0 \frac{\vartheta}{\vartheta - 1}$ $Var(X) = x_0^2 \frac{\vartheta}{(\vartheta - 1)(\vartheta - 2)}$.

- Si stimi x_0 con il metodo dei momenti e si indichi con T_1 lo stimatore ottenuto.
- Si dica, giustificando le risposte, se T_1 sia corretto e/o consistente.
- Si consideri il seguente stimatore di x_0 : $T_2 = \min_{1 \leq i \leq n} X_i$. Sfruttando le seguenti informazioni: la distribuzione di T_2 è di Pareto con parametri $\vartheta = 3n$ e x_0 che coincide con il rispettivo parametro della v.c X , si svolgano i seguenti punti:
 - si deduca da T_2 uno stimatore corretto per x_0 e lo si indichi con T_3 ;
 - si confrontino gli errori quadratici medi di T_1 e di T_3 , commentando in modo opportuno.

2) Si è rilevato il numero X di telefonate pervenute ad un centralino in 110 intervalli di 10 minuti, scelti a caso nell'orario di ufficio, ottenendo i seguenti risultati:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7 o più
n_i	8	14	25	24	20	9	6	4

- Si dica se il fenomeno è ben descritto dalla distribuzione di Poisson ($\alpha = 0,1$).
- Si determini un intervallo di confidenza al 96% asintotico per $E(X)$.

3) Di alcuni consumatori si sono rilevate le spese (medie) settimanali (in Euro) di tre beni succedanei, secondo quanto in tabella.

Bene A	Bene B	Bene C
225	192	207
226	205	211
187	219	225
188	199	223
205	223	227
226	321	210
238	198	142
175		301

Assumendo le consuete ipotesi di normalità:

- Si dica se le spese medie dei tre beni possano ritenersi uguali, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità dell'1%.
- Si dica se le spese medie dei beni A e B possano ritenersi uguali, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 10%.
- Si dica se le varianze delle spese medie dei beni A e C possano ritenersi uguali, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.