

**COGNOME** \_\_\_\_\_ **NOME** \_\_\_\_\_ **Matr.** \_\_\_\_\_

**Docente:** Prof.ssa Cazzaro Prof. Zenga Prof. Zini

**Attenzione:** lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

- 1) Sia  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  un campione casuale semplice proveniente da una variabile casuale  $X$  avente la seguente funzione di densità:

$$f(x; \beta) = \frac{\beta 2^\beta}{x^{\beta+1}} \quad \beta > 1, \quad x \geq 2.$$

- Stabilire se la famiglia di distribuzioni con funzione di densità  $f(x; \beta)$  è una famiglia esponenziale.
  - Determinare uno stimatore di  $\beta$  applicando sia il metodo dei momenti, che quello della massima verosimiglianza.
  - Ricordando che  $E\left[\frac{\partial}{\partial \beta} \ln f(x; \beta)\right]^2 = -E\left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \ln f(x; \beta)\right]$ , determinare la distribuzione asintotica dello stimatore di massima verosimiglianza della funzione parametrica  $\tau(\beta) = \beta^3$ .
  - Esiste una funzione di  $\beta$  che ammette uno stimatore corretto a varianza uniformemente minima? In caso affermativo si determini tale funzione parametrica e se ne fornisca lo stimatore.
- 2) In un'indagine sulla soddisfazione dei clienti in diversi alberghi della stessa catena è stato rilevato il principale motivo di insoddisfazione di 374 clienti insoddisfatti rispetto al particolare albergo visitato. I risultati della rilevazione sono riportati nella seguente tabella:

<b>Albergo</b>	<b>Golden Palm</b>	<b>Palm Royale</b>	<b>Palm Princess</b>
<b>Motivi di insoddisfazione</b>			
Prezzo	46	14	74
Posizione dell'albergo	78	26	16
Camere	26	10	26
Altro	26	16	16

- Si può ritenere che il motivo prevalente di insoddisfazione non dipenda dal particolare albergo visitato? Lo si verifichi fissando l'ampiezza del test all'1%.
  - Costruire un intervallo di confidenza asintotico al livello del 97% per la differenza tra le proporzioni di clienti degli alberghi Palm Princess e Golden Palm insoddisfatti rispetto al 'prezzo'.
- 3) In 12 supermercati americani della medesima grandezza è stato rilevato lo spazio sugli scaffali  $X$  (in piedi) e l'ammontare delle vendite settimanali  $Y$  di cibo per animali (in migliaia di dollari). Dalle rilevazioni è emerso che
- $$\sum x_i = 150, \quad \sum y_i = 28,5, \quad \sum x_i y_i = 384, \quad \sum x_i^2 = 2250, \quad \sum y_i^2 = 70,69.$$
- Volendo applicare il modello lineare  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i$  (caso A):
- determinare le stime di massima verosimiglianza per i parametri  $\beta_0$  e  $\beta_1$ ;
  - calcolare l'intervallo di confidenza al 99% per la media delle vendite settimanali  $\mu(x)$  di tutti i negozi in cui i cibi per animali occupano uno spazio di 8 piedi;
  - verificare l'ipotesi nulla che  $\beta_1$  sia uguale a 0,1 contro l'alternativa bilaterale, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.