

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof. Zenga Prof. Zini

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

- 1) Sia (X_1, X_2, \dots, X_n) un campione casuale semplice proveniente da una variabile casuale X avente la seguente funzione di densità:

$$f(x; \beta) = \frac{\beta 2^\beta}{x^{\beta+1}} \quad \beta > 1, \quad x \geq 2.$$

- Stabilire se la famiglia di distribuzioni con funzione di densità $f(x; \beta)$ è una famiglia esponenziale.
 - Determinare uno stimatore di β applicando sia il metodo dei momenti, che quello della massima verosimiglianza.
 - Ricordando che $E\left[\frac{\partial}{\partial \beta} \ln f(x; \beta)\right]^2 = -E\left[\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \ln f(x; \beta)\right]$, determinare la distribuzione asintotica dello stimatore di massima verosimiglianza della funzione parametrica $\tau(\beta) = \beta^3$.
 - Esiste una funzione di β che ammette uno stimatore corretto a varianza uniformemente minima? In caso affermativo si determini tale funzione parametrica e se ne fornisca lo stimatore.
- 2) In un'indagine sulla soddisfazione dei clienti in diversi alberghi della stessa catena è stato rilevato il principale motivo di insoddisfazione di 374 clienti insoddisfatti rispetto al particolare albergo visitato. I risultati della rilevazione sono riportati nella seguente tabella:

| Albergo | Golden Palm | Palm Royale | Palm Princess |
|----------------------------------|--------------------|--------------------|----------------------|
| Motivi di insoddisfazione | | | |
| Prezzo | 46 | 14 | 74 |
| Posizione dell'albergo | 78 | 26 | 16 |
| Camere | 26 | 10 | 26 |
| Altro | 26 | 16 | 16 |

- Si può ritenere che il motivo prevalente di insoddisfazione non dipenda dal particolare albergo visitato? Lo si verifichi fissando l'ampiezza del test all'1%.
 - Costruire un intervallo di confidenza asintotico al livello del 97% per la differenza tra le proporzioni di clienti degli alberghi Palm Princess e Golden Palm insoddisfatti rispetto al 'prezzo'.
- 3) In 12 supermercati americani della medesima grandezza è stato rilevato lo spazio sugli scaffali X (in piedi) e l'ammontare delle vendite settimanali Y di cibo per animali (in migliaia di dollari). Dalle rilevazioni è emerso che
- $$\sum x_i = 150, \quad \sum y_i = 28,5, \quad \sum x_i y_i = 384, \quad \sum x_i^2 = 2250, \quad \sum y_i^2 = 70,69.$$
- Volendo applicare il modello lineare $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i$ (caso A):
- determinare le stime di massima verosimiglianza per i parametri β_0 e β_1 ;
 - calcolare l'intervallo di confidenza al 99% per la media delle vendite settimanali $\mu(x)$ di tutti i negozi in cui i cibi per animali occupano uno spazio di 8 piedi;
 - verificare l'ipotesi nulla che β_1 sia uguale a 0,1 contro l'alternativa bilaterale, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità del 5%.