Esame di Inferenza Statistica / Inferenza Statistica Classica / Statistica II mod. B 08.07.08

COGNOME _____NOME _____Matr. _____

Docente: Prof.Cazzaro Prof. Zenga Prof.Zini

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

1) Sia $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ un campione casuale semplice proveniente da una variabile casuale indicatore di parametro p ignoto.
   a) Si determini la funzione di verosimiglianza e, a partire da essa, si ricavi lo stimatore T di massima verosimiglianza.
   b) Si valuti la correttezza dello stimatore T.
   c) Si valuti la consistenza quadratica dello stimatore T.
   d) Si determini il limite inferiore di Rao Cramèr per la varianza di uno stimatore corretto per p e si commenti.

2) Sono stati classificati 158 individui infetti da un nuovo virus in base alla presenza/assenza dei sintomi A e B, ottenendo la seguente tabella:

A\B	presente	assente	**Totale**
presente	54	39	**93**
assente	24	41	**65**
Totale	**78**	**80**	**158**

   a) Si verifichi se esiste indipendenza tra la presenza del sintomo A e la presenza del sintomo B, volendo commettere l'errore di prima specie con probabilità $\alpha = 0{,}01$.
   b) Si calcoli un intervallo di confidenza asintotico al livello del 99% per la proporzione di individui infetti che presentano il sintomo A.

3) Il titolare di un magazzino che vende abbigliamento vuole studiare la relazione tra il numero di commessi X e il fatturato giornaliero Y (in migliaia di euro). Durante gli ultimi 10 giorni di apertura ha rilevato i seguenti valori:

X	10	8	7	8	9	12	11	13	10	9
Y	11,2	10,2	8,7	8,9	9,1	13,5	12,3	13,7	12,0	10,9

Volendo applicare il modello lineare $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + E_i$ (caso A):
   a) Si calcolino le stime di massima verosimiglianza per β_0 e β_1.
   b) Si calcoli una stima corretta per la varianza del fatturato giornaliero.
   c) Si calcoli un intervallo di confidenza al 98% per la varianza del fatturato giornaliero.
   d) Si verifichi l'ipotesi H_0: $\beta_1 = 0$ contro alternativa bilaterale, fissando l'ampiezza del test al livello $\alpha = 0{,}02$.
   e) Si verifichi l'ipotesi H_0: $\beta_0 = 1$ contro H_1: $\beta_0 > 1$, fissando l'ampiezza del test al livello $\alpha = 0{,}05$.
   f) Si calcoli l'intervallo di confidenza al 99% per il fatturato medio giornaliero in corrispondenza di x = 14.