

**Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A**  
**Prova parziale di Probabilità** **12.12.08**

**COGNOME** \_\_\_\_\_ **NOME** \_\_\_\_\_ **Matr.** \_\_\_\_\_

**Docente:**  ECOCOM (A-Le)       ECOCOM (Li-Z)       ECOBAN       ECOSTI

**Attenzione:** lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

**Domanda di teoria (da svolgere sul primo foglio quadrettato e riconsegnare entro 20 minuti):**

.....

---

1) La funzione di densità di una variabile casuale continua  $X$  è data da:

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ -x + k & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore del parametro  $k$  e si tracci il grafico di  $f(x)$ .
- b) Si ricavi la funzione di ripartizione della variabile casuale  $X$ .
- c) Si calcoli la probabilità che  $X$  assuma un valore compreso tra 1,5 e 2, sapendo che  $X > 0,5$ .
- d) Si determini il momento centrale di indice 3 della variabile casuale  $X$ .

2) Un negozio di videonoleggio mette in vendita 20 DVD usati di un certo film, 4 dei quali presentano problemi di audio.

- a) Estratti casualmente 3 DVD senza riposizione, qual è la probabilità che soltanto il terzo estratto presenti problemi di audio?
- b) Estratti casualmente 5 DVD in blocco, qual è la probabilità che meno di due presentino problemi di audio?
- c) Considerando ora estrazioni con riposizione, si determini la probabilità che:
  - il primo DVD con problemi di audio sia il quinto estratto;
  - il secondo DVD con problemi di audio sia il settimo estratto.
- d) Si enunci e si dimostri il teorema che lega le due v.c. considerate al punto precedente.

3) Il fatturato delle maggiori imprese meccaniche italiane (espresso in migliaia di Euro) può essere descritto da una v.c.  $X$  avente distribuzione di Pareto con  $\theta = 1,2$ . E' noto inoltre che il 20% di queste imprese ha fatturato superiore a 2000.

- a) Si specifichi la funzione di densità di  $X$  dopo avere determinato il parametro  $x_0$  (arrotondare il valore di  $x_0$  all'unità più vicina).
- b) Si determinino il valore atteso e la varianza di  $X$ , motivando adeguatamente la risposta.
- c) Si calcoli la probabilità che un'impresa abbia fatturato compreso fra 1500 e 2000.

**Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A**  
**Prova parziale di Probabilità** **12.12.08**

**COGNOME** \_\_\_\_\_ **NOME** \_\_\_\_\_ **Matr.** \_\_\_\_\_

**Docente:**  ECOCOM (A-Le)       ECOCOM (Li-Z)       ECOBAN       ECOSTI

**Attenzione:** lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

**Domanda di teoria (da svolgere sul primo foglio quadrettato e riconsegnare entro 20 minuti):**

.....

---

1) Si consideri la seguente funzione

$$p(x) = \begin{cases} \frac{x}{k} & x = 1,2,3,4,5 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore di  $k$  tale per cui  $p(x)$  sia una funzione di probabilità.
  - b) Si ricavi la funzione di ripartizione della v.c.  $X$  che ha come funzione di probabilità  $p(x)$  e se ne tracci il grafico.
  - c) Si calcoli il primo quartile e la mediana della v.c.  $X$ .
  - d) Dopo aver fornito la definizione (in generale) della funzione generatrice dei momenti (f.g.m.), si enunci e si dimostri il teorema relativo alla somma di due v.c. indipendenti. Si considerino poi le v.c.  $X_1$  e  $X_2$  indipendenti, identicamente distribuite, ognuna con funzione di probabilità  $p(x)$  e sia  $Y = X_1 + X_2$ . Si ricavi la f.g.m. di  $Y$ .
- 2) Ad una certa gara partecipano contemporaneamente sei concorrenti appartenenti a due associazioni diverse, A e B. Il gruppo A è composto da due donne e da un uomo mentre il gruppo B è formato da una donna e due uomini. La probabilità che vinca un concorrente appartenente all'associazione B è il doppio di quella che il vincitore appartenga all'associazione A. Inoltre, in ciascuno dei due gruppi, la probabilità che vinca una donna è 3 volte superiore a quella di un uomo.
- a) Si calcoli la probabilità che la gara venga vinta da un uomo.
  - b) Sapendo che il vincitore è un uomo, qual è la probabilità che egli appartenga all'associazione B?
  - c) Se la gara venisse ripetuta per 3 volte (a parità di condizioni e con prove indipendenti), qual è la probabilità che almeno 2 vincitori appartengano all'associazione B?
- 3) Il numero di meteoriti che colpisce un satellite durante ogni orbita si distribuisce come una v.c. di Poisson di parametro  $\lambda$ . Nel compiere la sua orbita il satellite impiega 1 giorno, ed è mediamente colpito da 3 meteoriti.
- a) Si calcoli la probabilità che nel percorrere 5 orbite il numero di meteoriti che colpiscono il satellite sia minore o uguale a 3.
  - b) Supponendo invece  $\lambda = 0,5$  si fornisca il valore atteso e la varianza della v.c.  $Y$  che misura il tempo (in giorni) che intercorre fra l'impatto di un meteorite e quello successivo.
  - c) Si valutino  $P(Y > 3)$  e  $P(Y > 4 | Y > 1)$ , commentando in modo adeguato i risultati ottenuti.

**Esame di Probabilità, distribuzioni e regressione multipla / Statistica II A**  
**Prova parziale di Probabilità** **12.12.08**

**COGNOME** \_\_\_\_\_ **NOME** \_\_\_\_\_ **Matr.** \_\_\_\_\_

**Docente:**  ECOCOM (A-Le)       ECOCOM (Li-Z)       ECOBAN       ECOSTI

**Attenzione:** lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica. Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale.

**Domanda di teoria (da svolgere sul primo foglio quadrettato e riconsegnare entro 20 minuti):**

....

---

1) Sia data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{64} \left( 21 - \frac{15}{4} x^2 \right) & -2 < x < 2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- a) Si verifichi che  $f(x)$  soddisfa le proprietà richieste ad una funzione di densità per una v.c.
- b) Si tracci il grafico di  $f(x)$  e si determinino il valore atteso  $\mu$  e la varianza  $\sigma^2$  di  $X$ .
- c) Si determini  $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma \mid X > 0)$ .
- d) Si determini il terzo momento dall'origine di  $X$ .

2) Tazio ha due automobili, una utilitaria e una sportiva, che usa per recarsi al lavoro e che sceglie a caso, compiendo un tragitto di 10 km. Quando utilizza la sportiva viene sorpassato in media 1,1 volte ogni 5 km, mentre con l'utilitaria viene sorpassato in media 2,59 volte ogni 5 km. Il numero di sorpassi subiti da Tazio può essere rappresentato da una v.c. di Poisson.

- a) Qual è la probabilità che Tazio arrivi in ufficio senza essere sorpassato nel caso che viaggi con l'utilitaria? E nel caso che viaggi con la sportiva?
- b) Qual è la probabilità che nel tragitto per l'ufficio Tazio sia superato almeno una volta?
- c) Nel tragitto per l'ufficio Tazio è stato superato almeno una volta: qual è la probabilità che abbia viaggiato con l'utilitaria?

3) Un cliente entra in banca e si mette in fila ad uno sportello. Il tempo di attesa in fila può essere descritto da una v.c. esponenziale con media 8,76 minuti, mentre una volta giunto allo sportello il tempo di servizio segue una distribuzione normale con il 95% dei valori centrali compreso tra 1,5 e 7,5 minuti. Il cliente è disposto a stare in fila non più di 10 minuti, per cui se l'attesa si protrae oltre tale limite se ne va senza essere servito.

- a) Si calcolino i parametri della v.c. che descrive il tempo di servizio allo sportello.
- b) Qual è la probabilità che il cliente venga servito e il tempo di servizio sia non più di 2 minuti?
- c) Sapendo che il cliente è stato servito, qual è la probabilità che il tempo di servizio sia stato non più di 5 minuti?
- d) Si enunci e si dimostri la proprietà di assenza di memoria della v.c. esponenziale.