

COGNOME _____ **NOME** _____ **Matr.** _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: *lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.*

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla terza cifra decimale

1) Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } 0 \leq x \leq k, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

- a) Si determini il valore di k che rende $f(x)$ la funzione di densità di una variabile casuale X .
 - b) Si tracci il grafico della funzione di densità.
 - c) Si ricavi la funzione di ripartizione di X .
 - d) Si ricavino la mediana e $\Pr (X < 0.6 \mid X > 0.3)$.
- 2) Il comandante dei servizi segreti ha inviato 10 spie in missione. Tra di esse, 4 hanno ricevuto addestramento speciale e rivelano l'identità delle altre spie in caso di arresto con probabilità pari a 0.1; mentre le altre 6 spie, addestrate in modo tradizionale, rivelano l'identità dei loro colleghi in caso di arresto con probabilità pari a 0.3.
- a) Dopo qualche giorno il comandante viene informato che 4 spie sono state arrestate. Si calcoli la probabilità che tra le 4 spie arrestate ci siano 2 spie con addestramento speciale.
 - b) Alcune ore dopo viene smentita l'informazione e si viene a sapere che è stata arrestata una sola spia. Si calcoli la probabilità che la spia arrestata riveli l'identità dei suoi colleghi al nemico.
 - c) Il comandante decide di proseguire con la missione e di non richiamare le altre spie. Dopo una settimana il nemico identifica e arresta anche le altre 9 spie. Si calcoli la probabilità che la prima spia arrestata sia una delle 4 spie con addestramento speciale, sapendo che ha rivelato l'identità dei suoi colleghi al nemico.
- 3) Gli stipendi mensili dei dipendenti di una multinazionale (espressi in Euro) sono distribuiti secondo la legge lognormale di parametri $\delta = 0.6$ e $\gamma = 7.09$.
- a) Si determini il nono decile e la varianza dello stipendio mensile dei dipendenti.
 - b) Si calcoli la probabilità che un dipendente estratto a caso abbia stipendio maggiore di 2000 Euro.
 - c) Estratti a caso 6 dipendenti, si calcoli la probabilità che al più 1 dipendente abbia stipendio maggiore di 2000 Euro.
 - d) Si calcoli la probabilità che sia necessario estrarre più di tre dipendenti per ottenere un dipendente con stipendio mensile maggiore di 2000 Euro.

COGNOME _____ NOME _____ Matr. _____

Docente: Prof.ssa Cazzaro Prof.ssa Greselin Prof.ssa Pollastri Prof.ssa Zenga

Attenzione: lo studente deve fornire i diversi passaggi dei calcoli eseguiti e i commenti richiesti. Il presente foglio deve essere compilato e riconsegnato. E' vietato l'uso di calcolatrici programmabili o con funzione di agenda elettronica.

ATTENZIONE: Approssimare i calcoli alla quarta cifra decimale

In riferimento a 10 consumatori, nella tabella che segue si sono raccolti i valori delle seguenti variabili:

X_1 : consumo medio mensile (in migliaia di Euro)

X_2 : reddito personale medio mensile (in migliaia di Euro)

X_3 : patrimonio (in centinaia di migliaia di Euro)

X_1	0.8	0.6	0.5	0.7	0.9	1.2	0.8	1.1	1.2	1.4
X_2	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.5	1.7	1.9	2.1	2.0
X_3	0.5	0.0	0.0	0.8	1.0	1.2	0.0	2.0	1.5	1.0

- Fra le seguenti rette dei minimi quadrati: $\hat{X}_1 = a + \alpha_{12}X_2$ e $\hat{X}_1 = b + \alpha_{13}X_3$, si scelga, giustificando la risposta, quella che prevede meglio X_1 , e se ne determinino e commentino i parametri.
- Si calcolino $r_{12,3}$ e $r_{13,2}$, e se ne confrontino i valori con quelli dei rispettivi coefficienti grezzi.
- Si determinino i parametri del piano dei minimi quadrati $\hat{X}_1 = c + \alpha_{12,3}X_2 + \alpha_{13,2}X_3$, e si fornisca l'interpretazione statistica dei valori ottenuti.
- Si misuri il grado di miglioramento passando dalla retta di cui al punto a) al piano di cui al punto b) sia in termini di varianza totale che in termini di varianza residua e s'interpretino i risultati ottenuti.
- Si effettui l'analisi dei residui, mediante l'uso di indici e rappresentazione grafica, al fine di rintracciare tendenziosità e/o dati anomali.