

Matematica I – Compitino del 19.01.2002

Esercizio 1. L'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3(1 + \sin^2 x)^5 \sin(2x) dx$$

vale:

A) 2; B) $\frac{63}{2}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{14}{3}$.

Esercizio 2. L'integrale

$$\int_1^2 \ln^2 x dx$$

vale:

A) $2 \ln^2 2 - 2 \ln 2 + \frac{3}{4}$; B) $\frac{8}{3} \ln^2 2 - \frac{16}{9} \ln 2 + \frac{14}{27}$;
C) $-\frac{1}{2} \ln^2 2 - \ln 2 + 1$; D) $2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2$.

Esercizio 3. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^2 + x}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

vale:

A) $\frac{\pi}{4} + \ln 2 - \ln 3$; B) $\frac{\pi}{4} - \ln 2$; C) $\frac{\pi}{4} + \ln 2$; D) $\frac{\pi}{4} - \ln 2 + \ln 3$.

Esercizio 4. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$$

vale:

A) $\frac{1}{4}$; B) $\frac{1}{8}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{1}{6}$.

Esercizio 5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{3^x - 9}{x - 2} - 9 \ln 3}{x - 2}$$

vale

A) $\frac{1}{2 \ln 3}$; B) $4 \ln^2 2$; C) $\frac{9}{2} \ln^2 3$; D) $\frac{1}{2 \ln 2}$.

Esercizio 6. La seguente funzione dipendente dal parametro reale α :

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} |x|^\alpha \sin \frac{1}{x} & \text{se } x < 0 \\ x \ln(1+x) & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

nel punto $x = 0$ è continua e derivabile se e solo se

A) $\alpha > 0$; B) $\alpha > 1$; C) $\alpha > 2$; D) $\alpha > \frac{3}{2}$.

Esercizio 7. L'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$e^x = 10 \cos x$$

è

- A) limitato superiormente; B) limitato inferiormente;
C) vuoto; D) illimitato inferiormente e superiormente.

Esercizio 8. I vettori

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}, \quad \underline{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 2 \end{pmatrix},$$

sono linearmente indipendenti se e solo se

- A) $a \neq 0, \pm\sqrt{3}$; B) $a \neq -1, 0, 2$; C) $a \neq 0, 1$; D) $a \neq 0, 3$.

Esercizio 9. Il seguente sistema:

$$\begin{cases} x & + & \alpha z & = & 1 \\ \alpha x & - & y & - & z & = & 2 \\ & & y & + & 2z & = & 3 \end{cases}$$

è impossibile se e solo se

- A) $\alpha = \pm 5$; B) $\alpha = \pm 2$; C) $\alpha = \pm 1$; D) $\alpha = \pm 3$.

Esercizio 10. Detta $\varepsilon(x)$ una qualsiasi funzione tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(x)}{x^3} = 0$, lo sviluppo di Taylor arrestato al 3° ordine con resto secondo Peano e centro in $x_0 = 0$ della funzione:

$$F(x) = \int_0^x e^t \sin t \, dt$$

è

- A) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \varepsilon(x)$; B) $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \varepsilon(x)$;
C) $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + \varepsilon(x)$; D) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \varepsilon(x)$.

Matematica I – Compitino del 19.01.2002

Esercizio 1. Il seguente sistema:

$$\begin{cases} 25x & - & \alpha z & = & 1 \\ \alpha x & + & y & + & z & = & 2 \\ & & y & + & 2z & = & 3 \end{cases}$$

è impossibile se e solo se

A) $\alpha = \pm 5$; B) $\alpha = \pm 2$; C) $\alpha = \pm 1$; D) $\alpha = \pm 3$.

Esercizio 2. La seguente funzione dipendente dal parametro reale α :

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} |x|^{\alpha+1} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } x > 0, \end{cases}$$

nel punto $x = 0$ è continua e derivabile se e solo se

A) $\alpha > 0$; B) $\alpha > 1$; C) $\alpha > 2$; D) $\alpha > \frac{3}{2}$.

Esercizio 3. L'integrale

$$\int_1^2 x \ln^2 x \, dx$$

vale:

A) $2 \ln^2 2 - 2 \ln 2 + \frac{3}{4}$; B) $\frac{8}{3} \ln^2 2 - \frac{16}{9} \ln 2 + \frac{14}{27}$;
C) $-\frac{1}{2} \ln^2 2 - \ln 2 + 1$; D) $2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2$.

Esercizio 4. L'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$e^{-x} = 10 \sin x$$

è

A) limitato superiormente; B) limitato inferiormente;
C) vuoto; D) illimitato inferiormente e superiormente.

Esercizio 5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{\ln 2} - \frac{\log_2(x-2)}{x-3}}{x-3}$$

vale

A) $\frac{1}{2 \ln 3}$; B) $4 \ln^2 2$; C) $\frac{9}{2} \ln^2 3$; D) $\frac{1}{2 \ln 2}$.

Esercizio 6. I vettori

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 3a \end{pmatrix}, \quad \underline{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 3 \end{pmatrix},$$

sono linearmente indipendenti se e solo se

A) $a \neq 0, \pm\sqrt{3}$; B) $a \neq -1, 0, 2$; C) $a \neq 0, 1$; D) $a \neq 0, 3$.

Esercizio 7. L'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3 \sin(2x)}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 x}} dx$$

vale:

A) 2; B) $\frac{63}{2}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{14}{3}$.

Esercizio 8. Detta $\varepsilon(x)$ una qualsiasi funzione tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(x)}{x^3} = 0$, lo sviluppo di Taylor arrestato al 3° ordine con resto secondo Peano e centro in $x_0 = 0$ della funzione:

$$F(x) = \int_0^x e^t (t^2 + 1) dt$$

è

A) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \varepsilon(x)$; B) $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \varepsilon(x)$;
C) $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + \varepsilon(x)$; D) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \varepsilon(x)$.

Esercizio 9. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^4} dx$$

vale:

A) $\frac{1}{4}$; B) $\frac{1}{8}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{1}{6}$.

Esercizio 10. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 2x^2 + x - 2} dx$$

vale:

A) $\frac{\pi}{4} + \ln 2 - \ln 3$; B) $\frac{\pi}{4} - \ln 2$; C) $\frac{\pi}{4} + \ln 2$; D) $\frac{\pi}{4} - \ln 2 + \ln 3$.

Matematica I – Compitino del 19.01.2002

Esercizio 1. La seguente funzione dipendente dal parametro reale α :

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ x^{\alpha-1} \cos \frac{1}{x} & \text{se } x > 0, \end{cases}$$

nel punto $x = 0$ è continua e derivabile se e solo se

$$\text{A) } \alpha > 0; \quad \text{B) } \alpha > 1; \quad \text{C) } \alpha > 2; \quad \text{D) } \alpha > \frac{3}{2}.$$

Esercizio 2. L'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$e^x = 10 \sin x$$

è

- A) limitato superiormente; B) limitato inferiormente;
C) vuoto; D) illimitato inferiormente e superiormente.

Esercizio 3. Detta $\varepsilon(x)$ una qualsiasi funzione tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(x)}{x^3} = 0$, lo sviluppo di Taylor arrestato al 3° ordine con resto secondo Peano e centro in $x_0 = 0$ della funzione:

$$F(x) = \int_0^x e^t \cos t \, dt$$

è

- A) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \varepsilon(x)$; B) $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \varepsilon(x)$;
C) $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + \varepsilon(x)$; D) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \varepsilon(x)$.

Esercizio 4. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{x^2 + x + 3}{x^3 + 2x^2 + x + 2} \, dx$$

vale:

- A) $\frac{\pi}{4} + \ln 2 - \ln 3$; B) $\frac{\pi}{4} - \ln 2$; C) $\frac{\pi}{4} + \ln 2$; D) $\frac{\pi}{4} - \ln 2 + \ln 3$.

Esercizio 5. I vettori

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ a \end{pmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}, \quad \underline{z} = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix},$$

sono linearmente indipendenti se e solo se

- A) $a \neq 0, \pm\sqrt{3}$; B) $a \neq -1, 0, 2$; C) $a \neq 0, 1$; D) $a \neq 0, 3$.

Esercizio 6. L'integrale

$$\int_1^2 x^2 \ln^2 x \, dx$$

vale:

A) $2 \ln^2 2 - 2 \ln 2 + \frac{3}{4}$; B) $\frac{8}{3} \ln^2 2 - \frac{16}{9} \ln 2 + \frac{14}{27}$;
C) $-\frac{1}{2} \ln^2 2 - \ln 2 + 1$; D) $2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2$.

Esercizio 7. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^x - 8 - 8 \ln 2}{x - 3}$$

vale

A) $\frac{1}{2 \ln 3}$; B) $4 \ln^2 2$; C) $\frac{9}{2} \ln^2 3$; D) $\frac{1}{2 \ln 2}$.

Esercizio 8. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} x e^{-4x^2} \, dx$$

vale:

A) $\frac{1}{4}$; B) $\frac{1}{8}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{1}{6}$.

Esercizio 9. Il seguente sistema:

$$\begin{cases} 4x & & + & \alpha z & = & 1 \\ \alpha x & - & y & - & z & = & 2 \\ & & y & + & 2z & = & 3 \end{cases}$$

è impossibile se e solo se

A) $\alpha = \pm 5$; B) $\alpha = \pm 2$; C) $\alpha = \pm 1$; D) $\alpha = \pm 3$.

Esercizio 10. L'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(2x)}{(1 + \sin^2 x)^2} \, dx$$

vale:

A) 2; B) $\frac{63}{2}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{14}{3}$.

Matematica I – Compitino del 19.01.2002

Esercizio 1. Detta $\varepsilon(x)$ una qualsiasi funzione tale che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon(x)}{x^3} = 0$, lo sviluppo di Taylor arrestato al 3° ordine con resto secondo Peano e centro in $x_0 = 0$ della funzione:

$$F(x) = \int_0^x t \cos t \, dt$$

è

A) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \varepsilon(x)$; B) $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \varepsilon(x)$;
C) $F(x) = x + \frac{x^2}{2} + \varepsilon(x)$; D) $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \varepsilon(x)$.

Esercizio 2. La seguente funzione dipendente dal parametro reale α :

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} x \ln(1 + |x|) & \text{se } x \leq 0 \\ x^{2\alpha-2} & \text{se } x > 0, \end{cases}$$

nel punto $x = 0$ è continua e derivabile se e solo se

A) $\alpha > 0$; B) $\alpha > 1$; C) $\alpha > 2$; D) $\alpha > \frac{3}{2}$.

Esercizio 3. L'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\sqrt{1 + 3\sin^2 x} \sin(2x) \, dx$$

vale:

A) 2; B) $\frac{63}{2}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{14}{3}$.

Esercizio 4. L'integrale

$$\int_1^2 \frac{\ln^2 x}{x^2} \, dx$$

vale:

A) $2 \ln^2 2 - 2 \ln 2 + \frac{3}{4}$; B) $\frac{8}{3} \ln^2 2 - \frac{16}{9} \ln 2 + \frac{14}{27}$;
C) $-\frac{1}{2} \ln^2 2 - \ln 2 + 1$; D) $2 \ln^2 2 - 4 \ln 2 + 2$.

Esercizio 5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{\ln 3} - \frac{\log_3(x-1)}{x-2}}{x-2}$$

vale

A) $\frac{1}{2 \ln 3}$; B) $4 \ln^2 2$; C) $\frac{9}{2} \ln^2 3$; D) $\frac{1}{2 \ln 2}$.

Esercizio 6. L'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^3} \, dx$$

vale:

A) $\frac{1}{4}$; B) $\frac{1}{8}$; C) $\frac{1}{2}$; D) $\frac{1}{6}$.

Esercizio 7. I vettori

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} a \\ a \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{pmatrix}, \quad \underline{z} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 1 \end{pmatrix},$$

sono linearmente indipendenti se e solo se

A) $a \neq 0, \pm\sqrt{3}$; B) $a \neq -1, 0, 2$; C) $a \neq 0, 1$; D) $a \neq 0, 3$.

Esercizio 8. Il seguente sistema:

$$\begin{cases} 9x & - & \alpha z & = & 1 \\ \alpha x & + & y & + & z & = & 2 \\ & & y & + & 2z & = & 3 \end{cases}$$

è impossibile se e solo se

A) $\alpha = \pm 5$; B) $\alpha = \pm 2$; C) $\alpha = \pm 1$; D) $\alpha = \pm 3$.

Esercizio 9. L'integrale

$$\int_0^1 \frac{x^2 + x + 2}{x^3 + x^2 + x + 1} dx$$

vale:

A) $\frac{\pi}{4} + \ln 2 - \ln 3$; B) $\frac{\pi}{4} - \ln 2$; C) $\frac{\pi}{4} + \ln 2$; D) $\frac{\pi}{4} - \ln 2 + \ln 3$.

Esercizio 10. L'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$e^{-x} = 10 \cos x$$

è

- A) limitato superiormente; B) limitato inferiormente;
C) vuoto; D) illimitato inferiormente e superiormente.