Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^5 \frac{\ln x}{x^2}\,|\sin(x+1)|\;dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2}\,|\sin(x+1)|\;dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

2. Il seguente integrale

$$\int_1^{27} \frac{\ln\left(1+\sqrt[3]{x}\right)+1}{\sqrt[3]{x^2}\,\ln 2}\,dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) > 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -1$, $f'(1) = 2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

4. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2}\sin\frac{1}{x^\alpha} - \frac{1}{x} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) strettamente minore di due

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

Sia

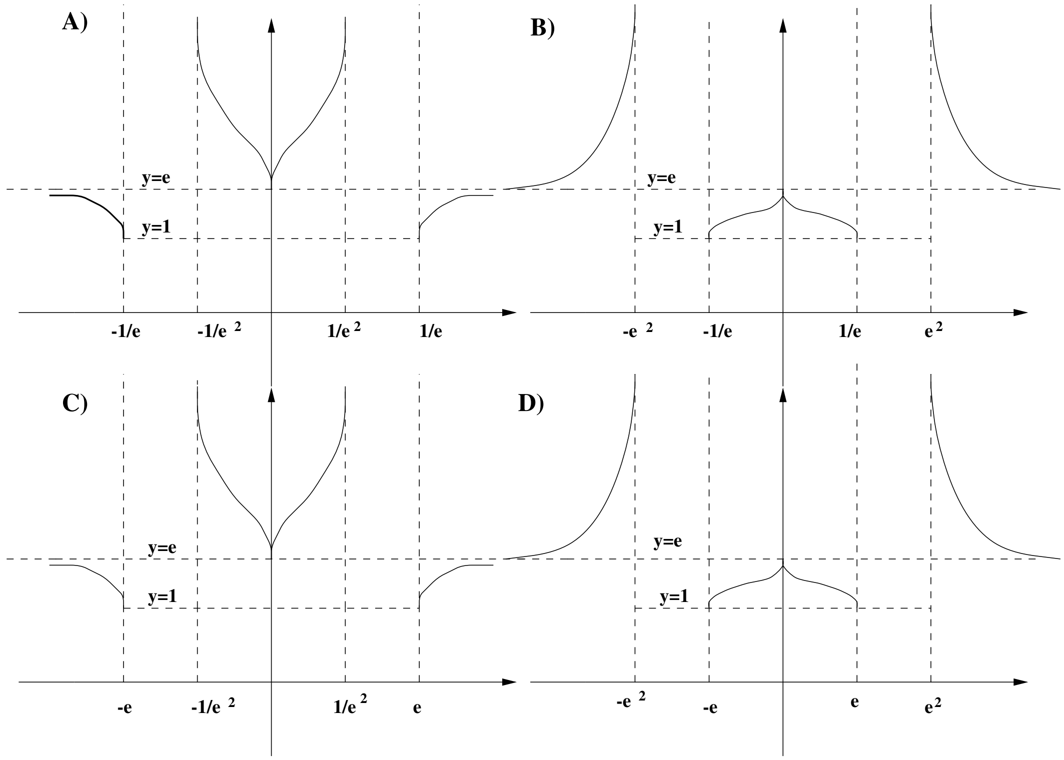
$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|+1}{\ln|x|-2}}}.$$

5. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

6. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.



7. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) 0, $\pm$e; B) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) 0, $\pm\mathrm{e}^2$; D) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

8. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

9. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\sin(x^2) + 1 & \text{per } x \neq 0 \\ 1 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

10. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin\sqrt{x} - \sqrt{x}\cos x}{x\sqrt{x}}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(1-\cos x)+2 & \text{per } x \neq 0 \\ 2 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x=0$;
C) nè continua nè derivabile in $x=0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x=0$.

2. Il seguente integrale

$$\int_1^{49} \frac{\ln(2+\sqrt{x})+1}{\sqrt{x}\ln 3}\,dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

3. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{2x\cos\sqrt{x} - \ln(1+2x)}{x^2}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|-1}{\ln|x|+2}}}.$$

4. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

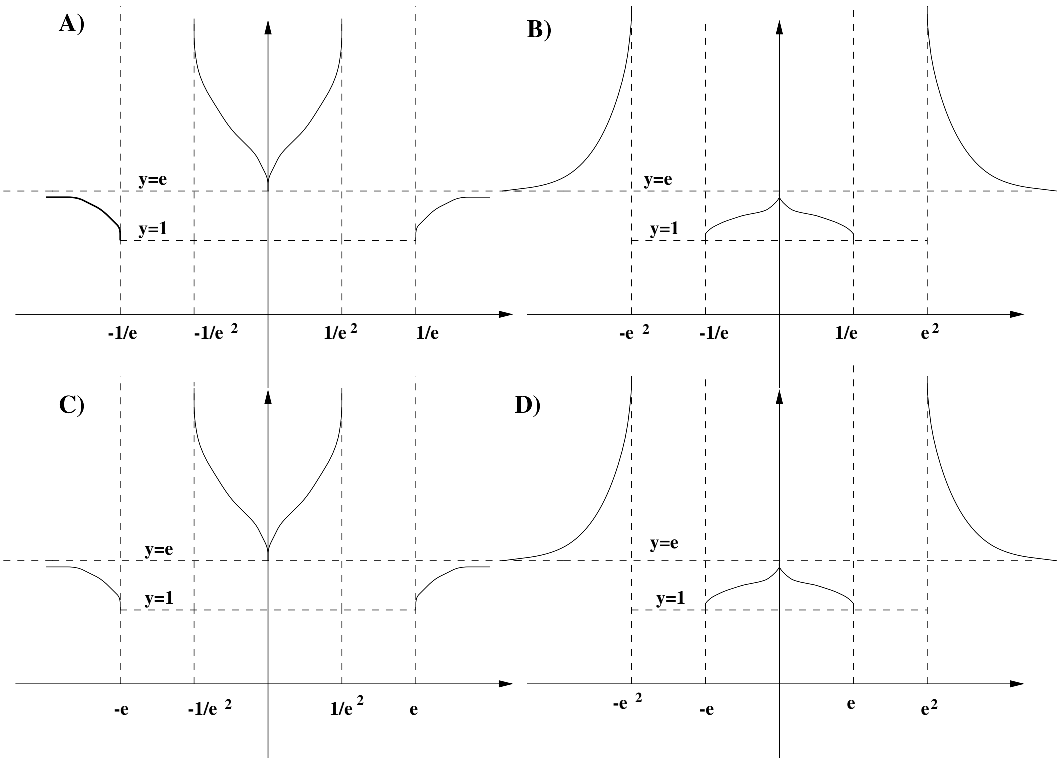
5. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

6. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) 0, $\pm\mathrm{e}$; B) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) 0, $\pm\mathrm{e}^2$; D) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

7. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?



8. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x \ln^3 x} \left|\cos x\right| \, dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{x \ln^3 x} \left|\cos x\right| \, dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

9. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{2x^{2\alpha}}} - 1 + \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{x^2} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) maggiore o uguale a quattro

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

10. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0, 1]$, con $f''(x) > 0 \ \forall x \in [0, 1]$, $f'(0) = 1$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0, 1]$; B) f è decrescente in $[0, 1]$;
C) f presenta un massimo in $(0, 1)$; D) f presenta un minimo in $(0, 1)$.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\ln(1+x^2) - 1 & \text{per } x \neq 0 \\ -1 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

2. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{2 - 2\cos\sqrt{x} - \sqrt{x}\ln(1+\sqrt{x})}{x}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) < 0$ $\forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

4. Il seguente integrale

$$\int_1^{81} \frac{\ln(1+\sqrt[4]{x}) + 1}{\sqrt[4]{x^3}\ln 2}\, dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|+1}{\ln|x|+2}}}.$$

5. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

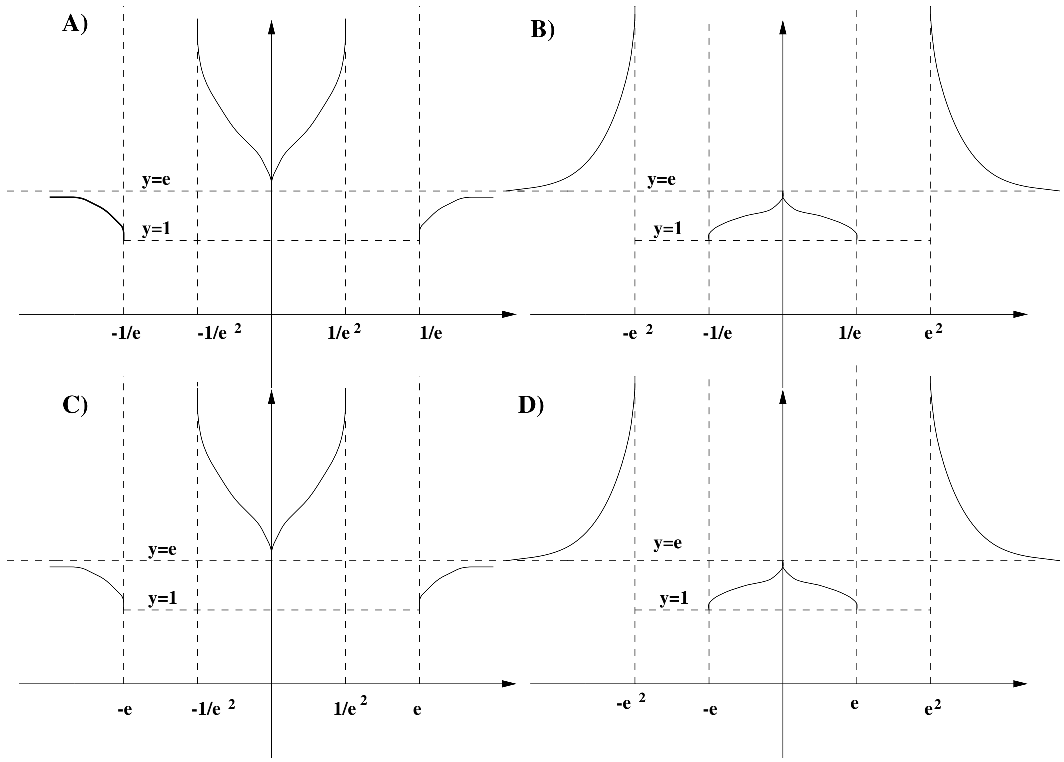
A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

6. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

7. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) $0, \ \pm\mathrm{e}$; B) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) $0, \ \pm\mathrm{e}^2$; D) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.



8. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

9. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \sin\frac{1}{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[6]{1 + \frac{1}{x^{3\alpha}}} - 1 \qquad\qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) strettamente minore di tre

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

10. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\ln^5 x}\left|\cos\frac{1}{x}\right| \, dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\ln^5 x}\left|\cos\frac{1}{x}\right| \, dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\left(3^{x^2} - 1\right) + 3 & \text{per } x \neq 0 \\ 3 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

2. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos\frac{1}{x}\right| dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos\frac{1}{x}\right| dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

3. Il seguente integrale

$$\int_9^{49} \frac{\ln(1+\sqrt{x}) + 1}{\sqrt{x}\ln 2}\, dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|-1}{\ln|x|-2}}}.$$

4. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

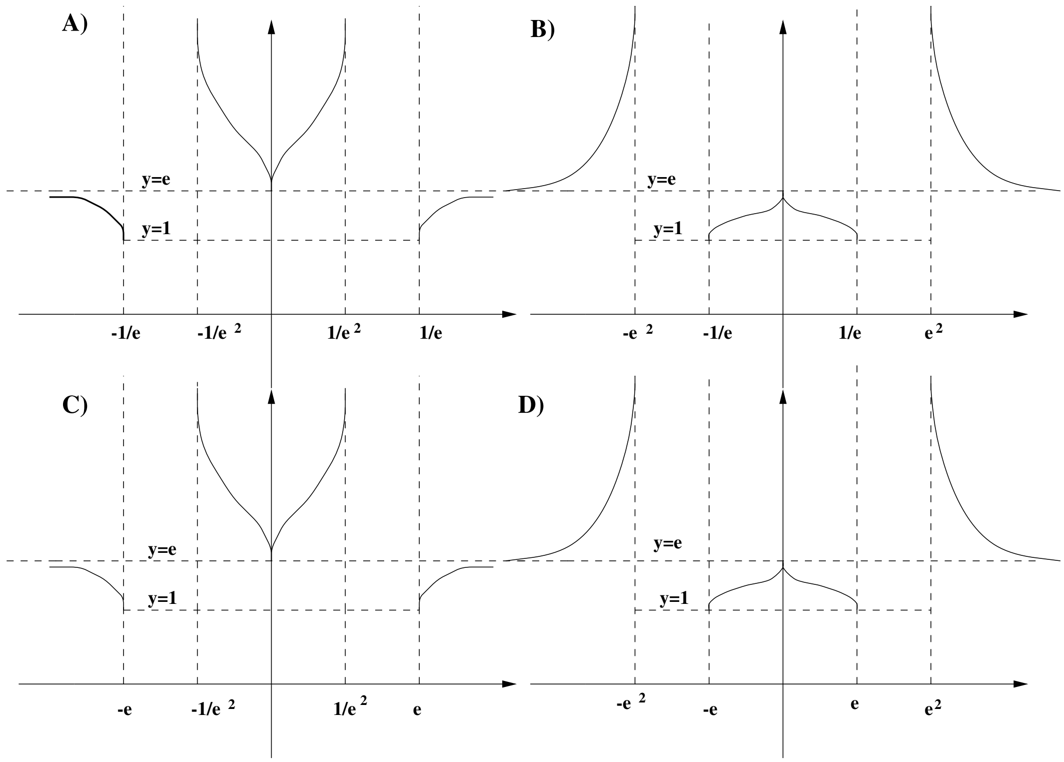
5. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

6. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) $0, \ \pm\mathrm{e}$; B) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) $0, \ \pm\mathrm{e}^2$; D) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

7. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?



8. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x^{6\alpha}}} - 1 - \arctan\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \qquad\qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) maggiore o uguale a sei

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

9. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) < 0 \ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = 1$, $f'(1) = -1$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

10. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x \arctan\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x}\sin x}{\sqrt{x}}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2}\sin\frac{1}{x^\alpha} - \frac{1}{x} \qquad\qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) strettamente minore di due

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

2. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^5 \frac{\ln x}{x^2} |\sin(x+1)| \, dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} |\sin(x+1)| \, dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(1 - \cos x) + 2 & \text{per } x \neq 0 \\ 2 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|-1}{\ln|x|+2}}}.$$

4. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

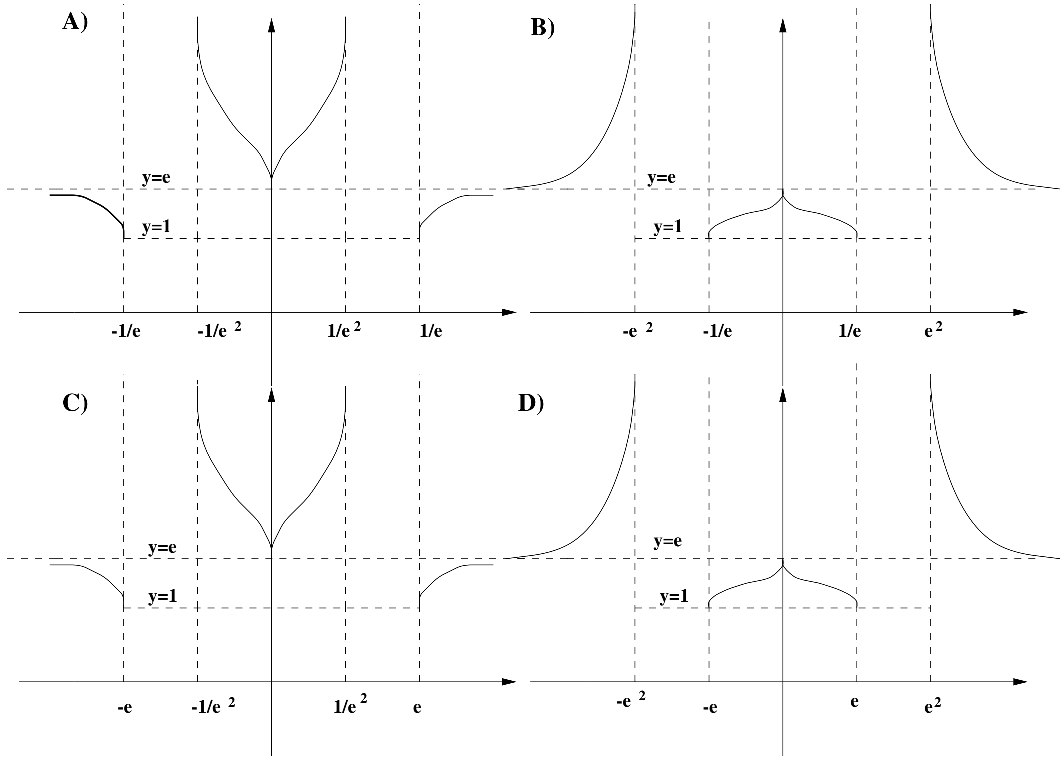
A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

5. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

6. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) $0, \ \pm\mathrm{e}$; B) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) $0, \ \pm\mathrm{e}^2$; D) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.



7. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

8. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin\sqrt{x} - \sqrt{x}\cos x}{x\sqrt{x}}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

9. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) > 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -1$, $f'(1) = 2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

10. Il seguente integrale

$$\int_1^{49} \frac{\ln(2+\sqrt{x})+1}{\sqrt{x}\ln 3}\,dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{2x^{2\alpha}}} - 1 + \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{x^2} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) maggiore o uguale a quattro

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|+1}{\ln|x|-2}}}.$$

2. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

3. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

4. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) 0, $\pm\mathrm{e}$; B) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) 0, $\pm\mathrm{e}^2$; D) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

5. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

6. Il seguente integrale

$$\int_1^{49} \frac{\ln(2+\sqrt{x}) + 1}{\sqrt{x}\ln 3}\, dx$$

vale:

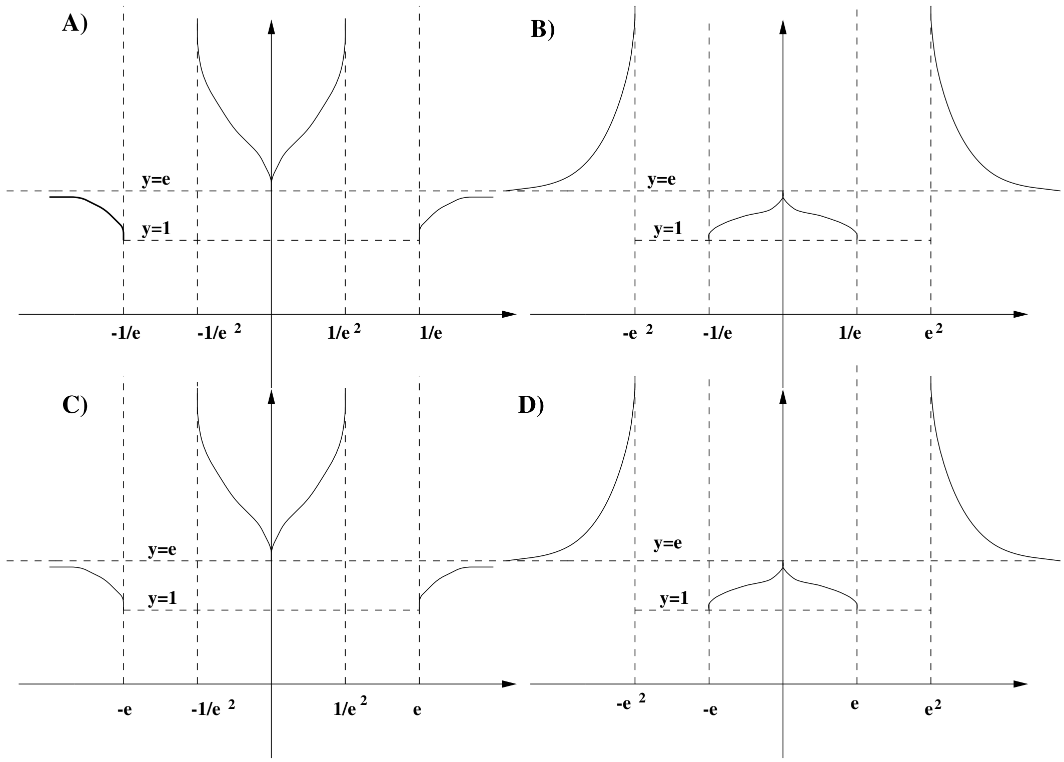
A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

7. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^5 \frac{\ln x}{x^2}\,|\sin(x+1)|\, dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2}\,|\sin(x+1)|\, dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.



8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) > 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -1$, $f'(1) = 2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

9. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{2x\cos\sqrt{x} - \ln(1+2x)}{x^2}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

10. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\sin(x^2) + 1 & \text{per } x \neq 0 \\ 1 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) < 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

2. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{2 - 2\cos\sqrt{x} - \sqrt{x}\ln(1+\sqrt{x})}{x}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

3. Il seguente integrale

$$\int_9^{49} \frac{\ln(1+\sqrt{x}) + 1}{\sqrt{x}\ln 2}\, dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|-1}{\ln|x|-2}}}.$$

4. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

5. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

6. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) 0, $\pm\mathrm{e}$; B) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) 0, $\pm\mathrm{e}^2$; D) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

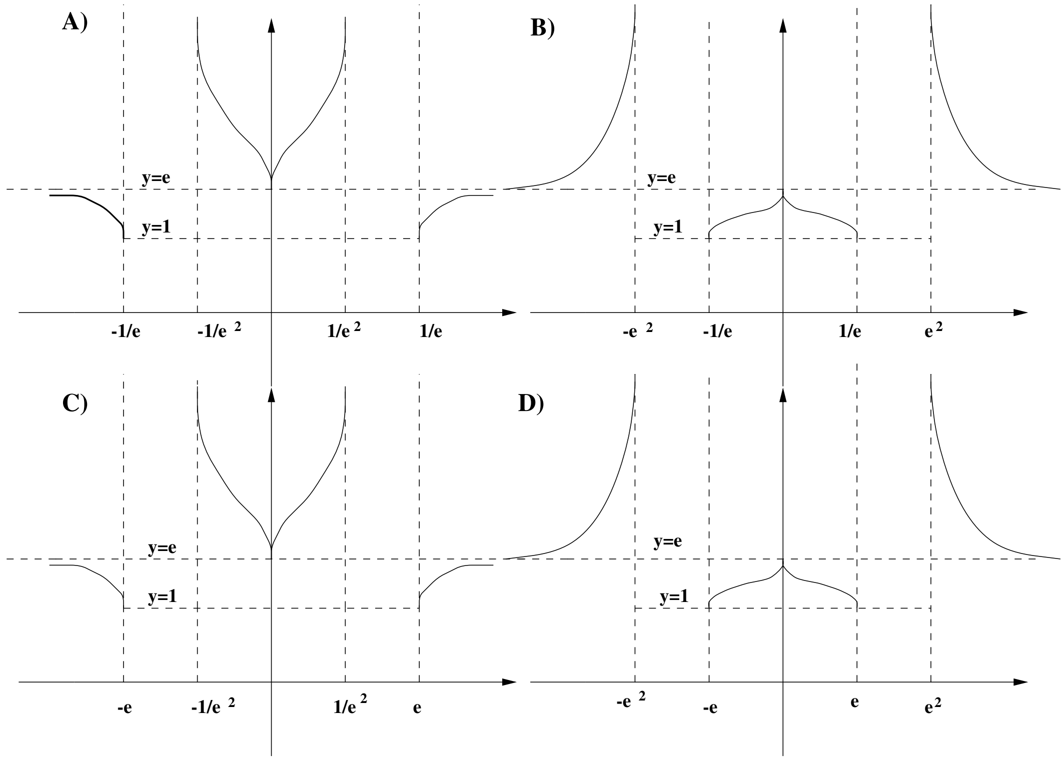
7. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

8. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\left(3^{x^2} - 1\right) + 3 & \text{per } x \neq 0 \\ 3 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.



9. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \sin\frac{1}{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[6]{1 + \frac{1}{x^{3\alpha}}} - 1 \qquad\qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) strettamente minore di tre

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

10. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos\frac{1}{x}\right| \, dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos\frac{1}{x}\right| \, dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Il seguente integrale

$$\int_9^{49} \frac{\ln\left(1+\sqrt{x}\right)+1}{\sqrt{x}\ln 2}\,dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|+1}{\ln|x|+2}}}.$$

2. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

3. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

4. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) 0, $\pm\mathrm{e}$; B) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) 0, $\pm\mathrm{e}^2$; D) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

5. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

6. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{2 - 2\cos\sqrt{x} - \sqrt{x}\ln(1+\sqrt{x})}{x}$$

vale

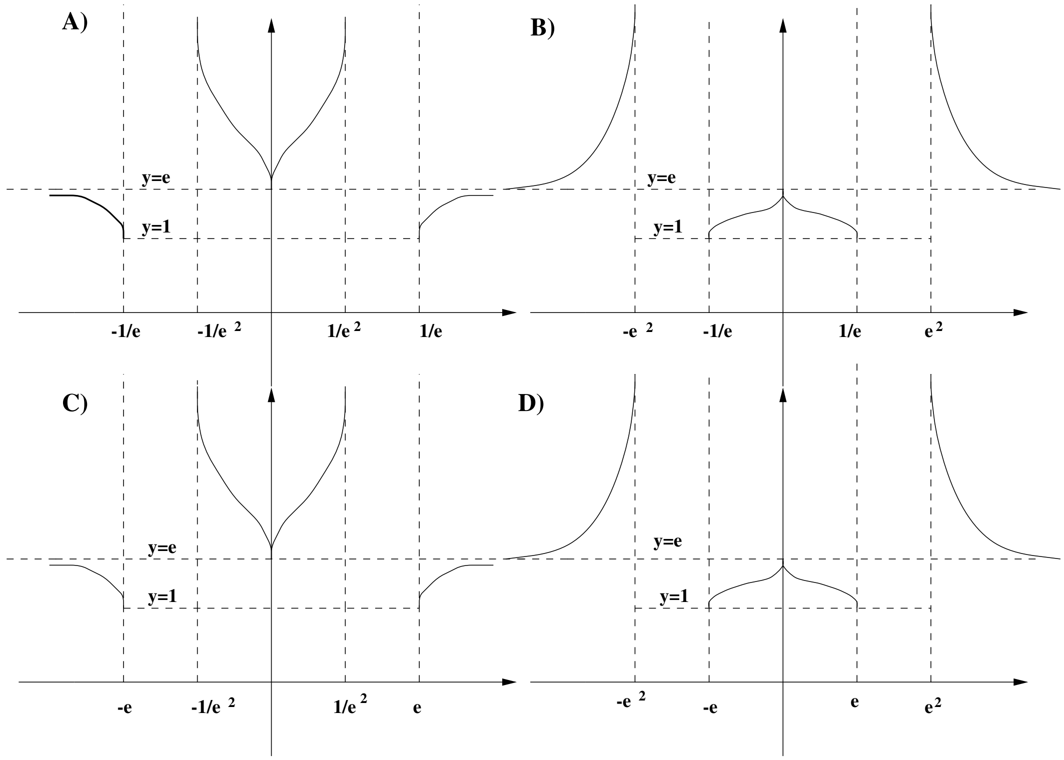
A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

7. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \sin\frac{1}{x} - \frac{1}{x} + \sqrt[6]{1+\frac{1}{x^{3\alpha}}} - 1 \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) strettamente minore di tre

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.



8. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos \frac{1}{x}\right| \, dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos \frac{1}{x}\right| \, dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

9. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) < 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

10. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\left(3^{x^2} - 1\right) + 3 & \text{per } x \neq 0 \\ 3 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x^{6\alpha}}} - 1 - \arctan\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) maggiore o uguale a sei

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|+1}{\ln|x|+2}}}.$$

2. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

3. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

4. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) $0, \ \pm\mathrm{e}$; B) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) $0, \ \pm\mathrm{e}^2$; D) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

5. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

6. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\ln(1+x^2) - 1 & \text{per } x \neq 0 \\ -1 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

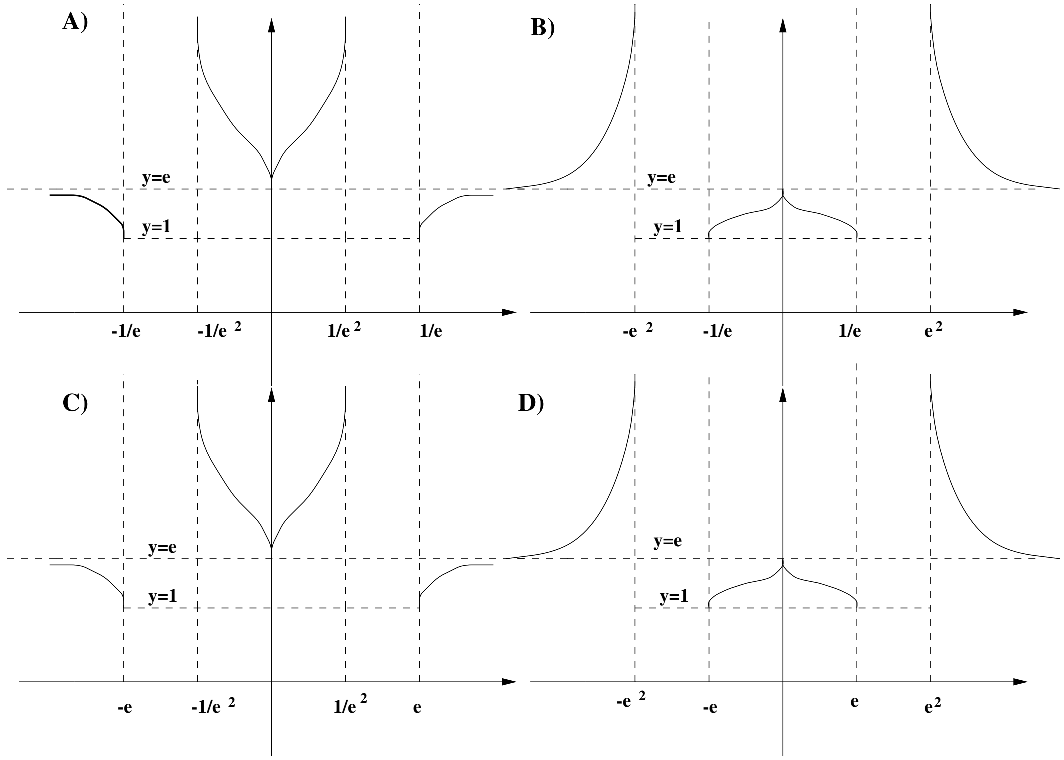
A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

7. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{x \arctan \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x} \sin x}{\sqrt{x}}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.



8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) < 0 \ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = 1$, $f'(1) = -1$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

9. Il seguente integrale

$$\int_1^{81} \frac{\ln\left(1+\sqrt[4]{x}\right)+1}{\sqrt[4]{x^3}\,\ln 2}\,dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

10. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}}\left|\cos\frac{1}{x}\right|\,dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}}\left|\cos\frac{1}{x}\right|\,dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x^{6\alpha}}} - 1 - \arctan\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) maggiore o uguale a sei

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

2. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos\frac{1}{x}\right| dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos\frac{1}{x}\right| dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

3. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{2 - 2\cos\sqrt{x} - \sqrt{x}\ln(1+\sqrt{x})}{x}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|-1}{\ln|x|-2}}}.$$

4. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

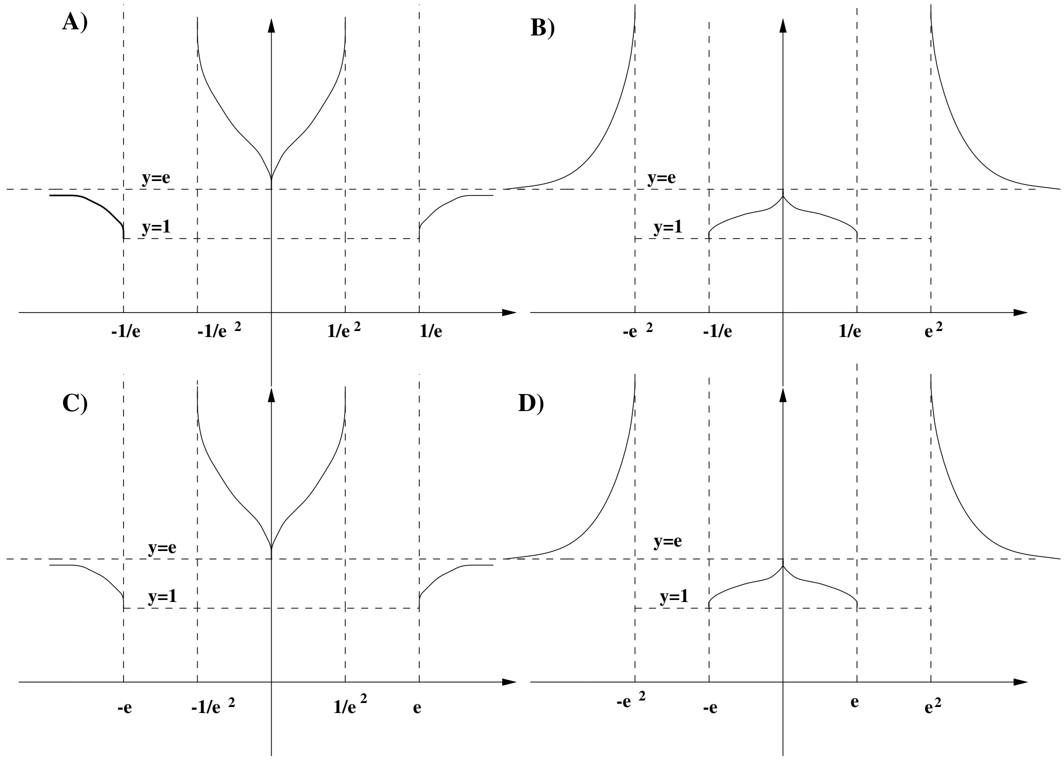
5. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

6. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) 0, $\pm\mathrm{e}$; B) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) 0, $\pm\mathrm{e}^2$; D) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

7. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?



8. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\left(3^{x^2} - 1\right) + 3 & \text{per } x \neq 0 \\ 3 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

9. Il seguente integrale

$$\int_1^{81} \frac{\ln\left(1 + \sqrt[4]{x}\right) + 1}{\sqrt[4]{x^3}\,\ln 2}\,dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

10. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) < 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) > 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = 1$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|-1}{\ln|x|+2}}}.$$

2. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

3. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

4. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) $0, \ \pm\mathrm{e}$; B) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) $0, \ \pm\mathrm{e}^2$; D) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

5. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

6. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2}\sin\frac{1}{x^\alpha} - \frac{1}{x} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) strettamente minore di due

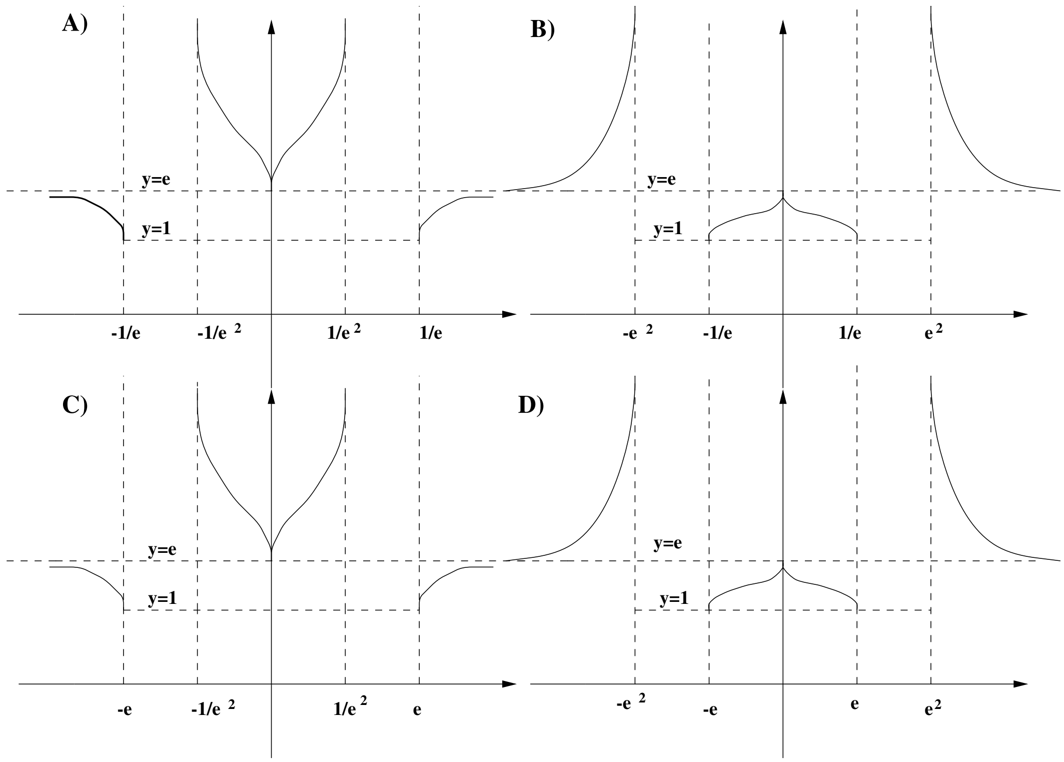
A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

7. Il seguente integrale

$$\int_1^{27} \frac{\ln(1 + \sqrt[3]{x}) + 1}{\sqrt[3]{x^2}\,\ln 2}\, dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.



8. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\sin \sqrt{x} - \sqrt{x} \cos x}{x\sqrt{x}}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

9. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x \ln^3 x} |\cos x| \; dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{x \ln^3 x} |\cos x| \; dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

10. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(1 - \cos x) + 2 & \text{per } x \neq 0 \\ 2 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) > 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -1$, $f'(1) = 2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

2. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin\sqrt{x} - \sqrt{x}\cos x}{x\sqrt{x}}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|-1}{\ln|x|+2}}}.$$

3. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

4. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

5. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) $0,\ \pm\mathrm{e}$; B) $0,\ \pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) $0,\ \pm\mathrm{e}^2$; D) $0,\ \pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

6. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

7. Il seguente integrale

$$\int_1^{49} \frac{\ln(2+\sqrt{x}) + 1}{\sqrt{x}\ln 3}\, dx$$

vale:

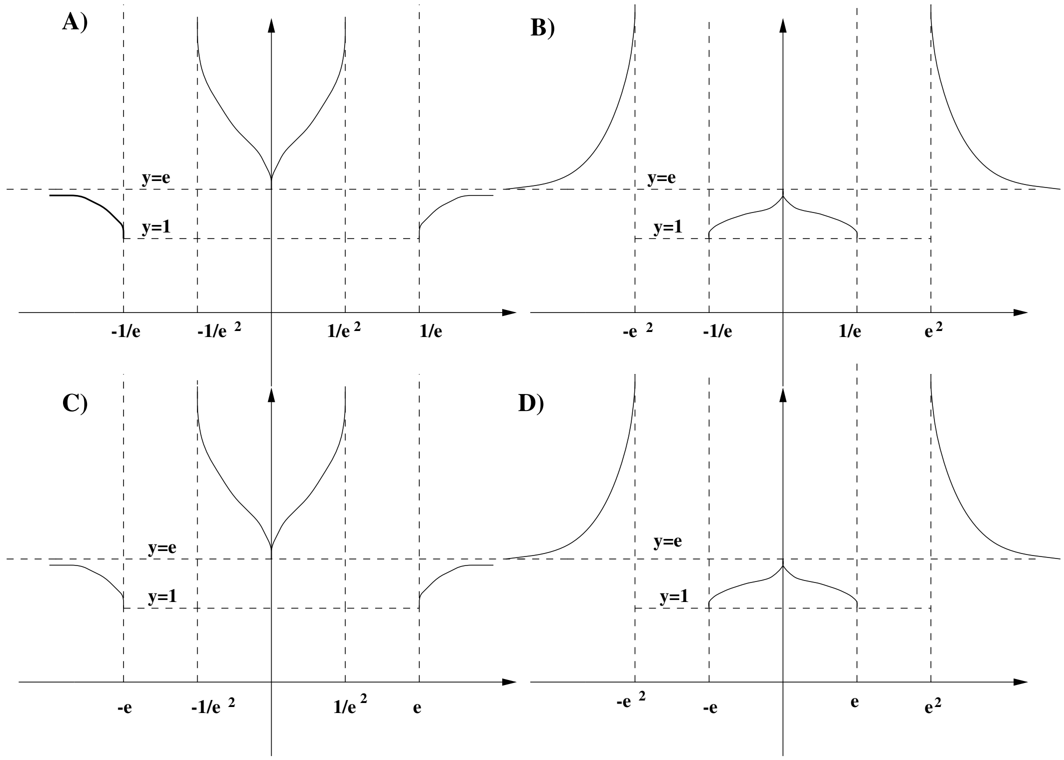
A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

8. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\sin(x^2) + 1 & \text{per } x \neq 0 \\ 1 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.



9. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{x \ln^3 x} |\cos x| \, dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{x \ln^3 x} |\cos x| \, dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

10. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2} \sin \frac{1}{x^\alpha} - \frac{1}{x} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) strettamente minore di due

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos\frac{1}{x}\right| \, dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{|\ln x|}} \left|\cos\frac{1}{x}\right| \, dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

2. Il seguente integrale

$$\int_1^{81} \frac{\ln\left(1+\sqrt[4]{x}\right)+1}{\sqrt[4]{x^3}\ln 2} \, dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|+1}{\ln|x|+2}}}.$$

3. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

4. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

5. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) $0, \ \pm\mathrm{e}$; B) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) $0, \ \pm\mathrm{e}^2$; D) $0, \ \pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

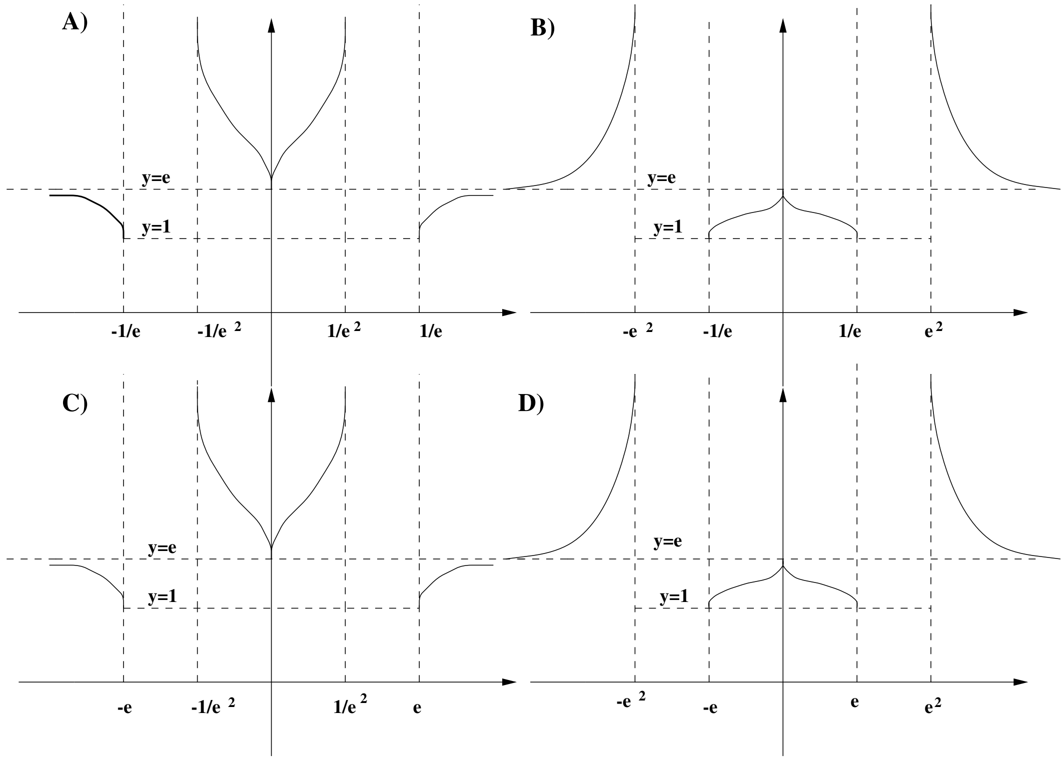
6. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

7. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{1+\frac{1}{x^{6\alpha}}} - 1 - \arctan\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) maggiore o uguale a sei

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.



8. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\left(3^{x^2} - 1\right) + 3 & \text{per } x \neq 0 \\ 3 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

9. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{2 - 2\cos\sqrt{x} - \sqrt{x}\ln(1 + \sqrt{x})}{x}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

10. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0, 1]$, con $f''(x) < 0 \; \forall x \in [0, 1]$, $f'(0) = 1$, $f'(1) = -1$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0, 1]$; B) f è decrescente in $[0, 1]$;
C) f presenta un massimo in $(0, 1)$; D) f presenta un minimo in $(0, 1)$.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{x}\ln^5 x}\left|\cos\frac{1}{x}\right| dx, \qquad \int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}\ln^5 x}\left|\cos\frac{1}{x}\right| dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

2. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\left(3^{x^2}-1\right)+3 & \text{per } x \neq 0 \\ 3 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

3. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{1+\frac{1}{x^{6\alpha}}} - 1 - \arctan\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) maggiore o uguale a sei

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) < 0$ $\forall x \in [0,1]$, $f'(0) = 1$, $f'(1) = -1$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

5. Il seguente integrale

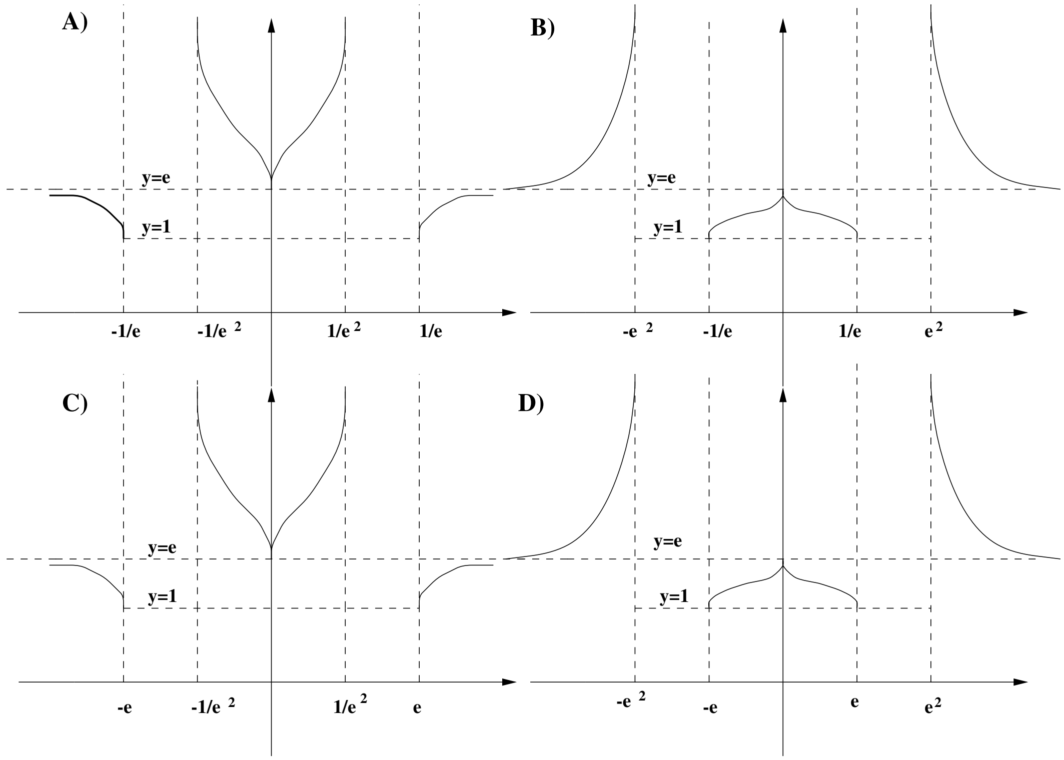
$$\int_1^{81} \frac{\ln\left(1+\sqrt[4]{x}\right)+1}{\sqrt[4]{x^3}\ln 2}\, dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

Sia

$$f(x) = e^{\sqrt{\frac{\ln|x|+1}{\ln|x|+2}}}.$$



6. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

$$\text{A) } \left[-\mathrm{e}^2, -\tfrac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\tfrac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]; \quad \text{B) } [-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2];$$
$$\text{C) } \left(-\tfrac{1}{\mathrm{e}}, -\tfrac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\tfrac{1}{\mathrm{e}^2}, \tfrac{1}{\mathrm{e}}\right); \quad \text{D) } \left(-\mathrm{e}, -\tfrac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\tfrac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right).$$

7. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

$$\text{A) } (-\infty, -\mathrm{e})\,,\ \left(-\tfrac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right); \quad \text{B) } \left(0, \tfrac{1}{\mathrm{e}}\right),\ (\mathrm{e}^2, +\infty);$$
$$\text{C) } (0, \mathrm{e})\,,\ (\mathrm{e}^2, +\infty); \quad \text{D) } \left(-\infty, -\tfrac{1}{\mathrm{e}}\right),\ \left(-\tfrac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right).$$

8. I suoi punti a tangente verticale sono:

$$\text{A) } 0, \quad \pm\mathrm{e}; \quad \text{B) } 0, \quad \pm\tfrac{1}{\mathrm{e}^2}; \quad \text{C) } 0, \quad \pm\mathrm{e}^2; \quad \text{D) } 0, \quad \pm\tfrac{1}{\mathrm{e}}.$$

9. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

10. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{2 - 2\cos\sqrt{x} - \sqrt{x}\ln(1+\sqrt{x})}{x}$$

vale

$$\text{A) } 1; \quad \text{B) } -\tfrac{1}{6}; \quad \text{C) } 0^+; \quad \text{D) } 0^-.$$

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) + \frac{1}{2}\sin\frac{1}{x^\alpha} - \frac{1}{x} \qquad\qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) strettamente minore di due

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) > 0$ $\forall x \in [0,1]$, $f'(0) = 1$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

3. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{2x\cos\sqrt{x} - \ln(1+2x)}{x^2}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

4. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}\sin(x^2) + 1 & \text{per } x \neq 0 \\ 1 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.

5. Il seguente integrale

$$\int_1^{49} \frac{\ln\left(2 + \sqrt{x}\right) + 1}{\sqrt{x}\ln 3}\, dx$$

vale:

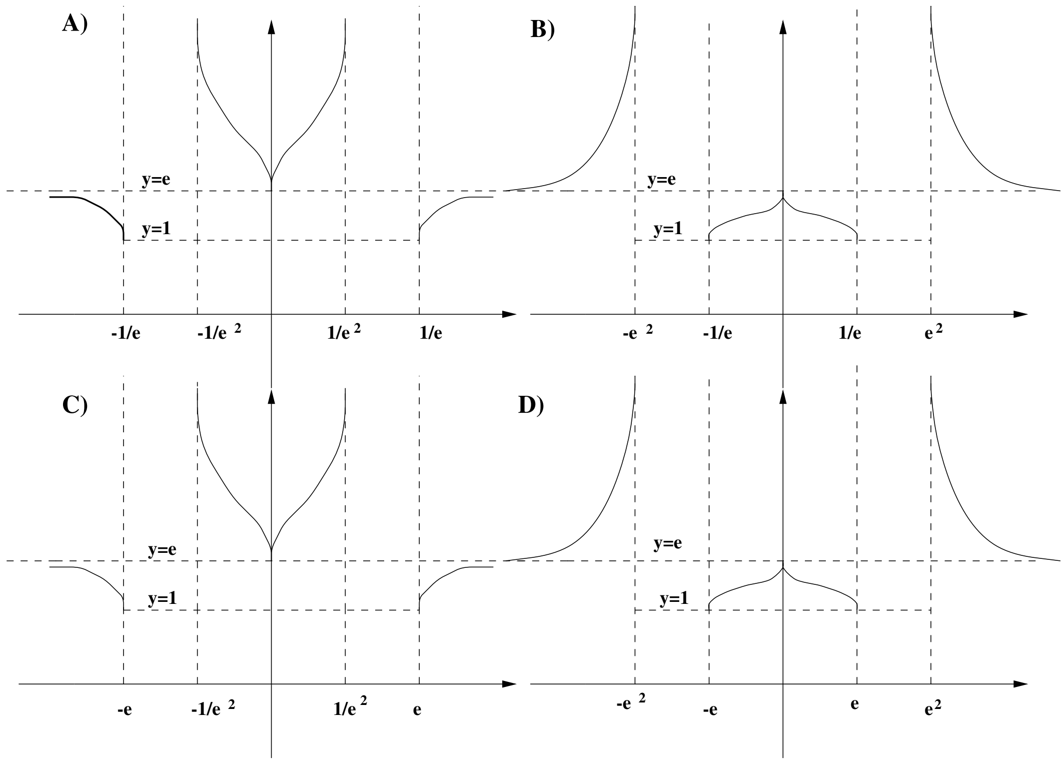
A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|+1}{\ln|x|-2}}}.$$

6. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.



7. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})\,,\ \left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)\,,\ (\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})\,,\ (\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)\,,\ \left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

8. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) $0, \quad \pm\mathrm{e}$; B) $0, \quad \pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) $0, \quad \pm\mathrm{e}^2$; D) $0, \quad \pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.

9. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

10. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^5 \frac{\ln x}{x^2}\,|\sin(x+1)|\;dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2}\,|\sin(x+1)|\;dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

Istituzioni 1 – Compitino del 24–01–1998

1. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin\sqrt{x} - \sqrt{x}\cos x}{x\sqrt{x}}$$

vale

A) 1; B) $-\frac{1}{6}$; C) 0^+; D) 0^-.

2. Il seguente integrale

$$\int_1^{27} \frac{\ln\left(1+\sqrt[3]{x}\right)+1}{\sqrt[3]{x^2}\ln 2}\,dx$$

vale:

A) 30; B) 18; C) 24; D) 32.

3. Per $x \to +\infty$ la funzione

$$f(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{2x^{2\alpha}}} - 1 + \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{x^2} \qquad \text{con } \alpha > 0$$

ha ordine di infinitesimo (rispetto a $\frac{1}{x}$) maggiore o uguale a quattro

A) per ogni α tale che $0 < \alpha < 1$; B) per ogni $\alpha \geq 1$;
C) per ogni α tale che $0 < \alpha < 2$; D) per ogni $\alpha \geq 2$.

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ derivabile 2 volte nell'intervallo $[0,1]$, con $f''(x) > 0\ \forall x \in [0,1]$, $f'(0) = -1$, $f'(1) = 2$. Allora si ha che:

A) f è crescente in $[0,1]$; B) f è decrescente in $[0,1]$;
C) f presenta un massimo in $(0,1)$; D) f presenta un minimo in $(0,1)$.

Sia

$$f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\ln|x|-1}{\ln|x|+2}}}.$$

5. L'insieme in cui la funzione non è definita è dato da:

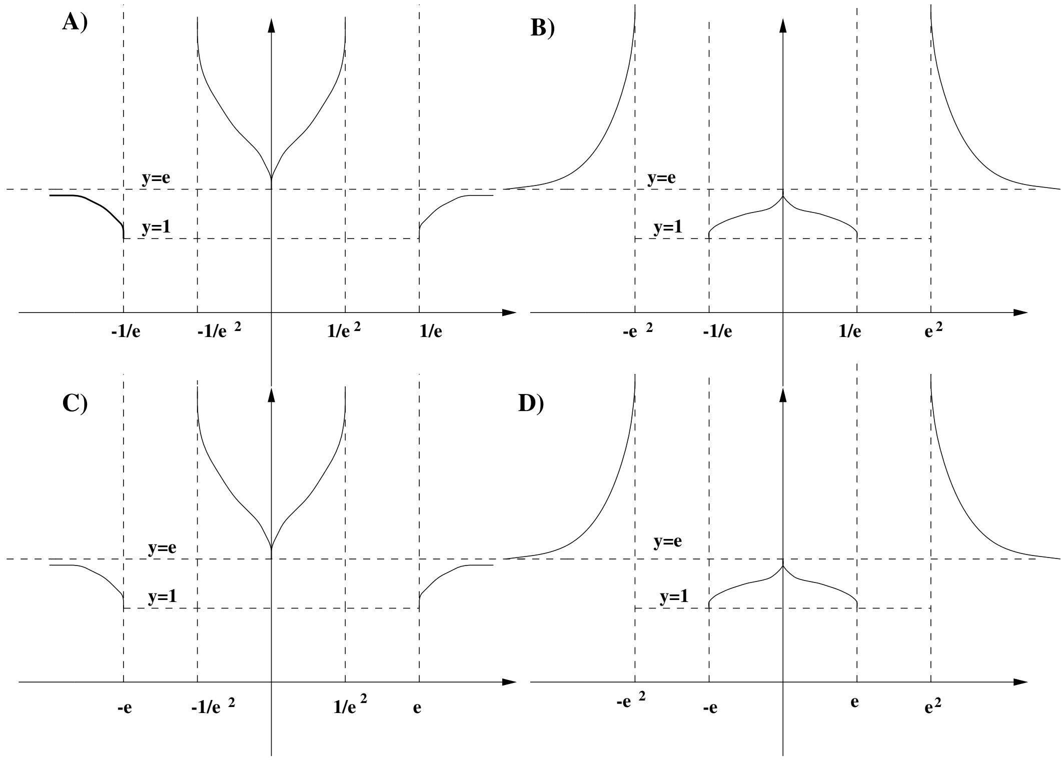
A) $\left[-\mathrm{e}^2, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right) \cup \{0\} \cup \left(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e}^2\right]$; B) $[-\mathrm{e}^2, -\mathrm{e}) \cup \{0\} \cup (\mathrm{e}, \mathrm{e}^2]$;
C) $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$; D) $\left(-\mathrm{e}, -\frac{1}{\mathrm{e}^2}\right] \cup \{0\} \cup \left[\frac{1}{\mathrm{e}^2}, \mathrm{e}\right)$.

6. Gli intervalli in cui la funzione è decrescente sono:

A) $(-\infty, -\mathrm{e})$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$; B) $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$;
C) $(0, \mathrm{e})$, $(\mathrm{e}^2, +\infty)$; D) $\left(-\infty, -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}^2}, 0\right)$.

7. I suoi punti a tangente verticale sono:

A) 0, $\pm\mathrm{e}$; B) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; C) 0, $\pm\mathrm{e}^2$; D) 0, $\pm\frac{1}{\mathrm{e}}$.



8. Quale dei quattro diagrammi rappresentati in figura rappresenta il grafico qualitativo di f ?

9. Dati i seguenti due integrali impropri

$$\int_0^5 \frac{\ln x}{x^2} |\sin(x+1)| \; dx, \qquad \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} |\sin(x+1)| \; dx.$$

Si ha che:

A) Il primo esiste, il secondo non esiste; B) Il primo non esiste, il secondo esiste;
C) Nessuno dei due esiste; D) Esistono tutti e due.

10. Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(1-\cos x) + 2 & \text{per } x \neq 0 \\ 2 & \text{per } x = 0. \end{cases}$$

Essa è:

A) continua e derivabile su $\mathbf{R}$; B) continua su $\mathbf{R}$ ma non derivabile in $x = 0$;
C) nè continua nè derivabile in $x = 0$; D) derivabile su $\mathbf{R}$ ma non continua in $x = 0$.