Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Il seguente sistema

$$\begin{cases} \alpha^2 y + \alpha z = \alpha(\alpha+1) \\ x + 2y + z = -1 \\ 2x + 2y + 2z = -1 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$; B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$; D) Nessuna risposta esatta.

2. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 5 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

3. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{n^2-n}}{n} \cos(\pi n^3),\ n \in \mathbf{N} \backslash \{0\} \right\},$$

allora si ha:

A) $\inf \mathcal{A} < 0$; B) $\sup \mathcal{A} = \cos 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\mathcal{A}$ non ammette massimo.

4. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{ x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq |(x-1)(x-3)| < 1 \right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

5. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin[(x-1)(2-x)]}{(1-x)(1+x^2)} & x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & x = 1, \end{cases}$$

il punto $x_0 = 1$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

6. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^3 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $a < 1 < b < \infty$; B) $-\infty < a$; C) $b \leq 0$; D) $-\infty < a < b < 1$.

7. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \leq 1$$

A) $x \leq -2 - \sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2 + \sqrt{2}$;
B) $-2 - \sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2 + \sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

8. Il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{\frac{x^3+2x}{x^3-x^2}} - 1\right)\left(3^{\frac{x}{1+x^3}} - 1\right)}{\left(1 - \cos\frac{1}{x}\right)\ln\frac{x+3}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

9. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 - 1 & \text{per} \quad x \leq -2 \\ -\sin(\pi x) & \text{per} \quad -2 < x \leq 0 \\ x & \text{per} \quad 0 < x \leq 1 \\ (x-2)^2 & \text{per} \quad x > 1 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\inf f = -\infty$; B) $\inf f = \min f = 1$;
C) $\inf f = \min f = -1$; D) Nessuna risposta esatta.

10. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \left(1 + \frac{7}{x^3}\right)^{3x^3} \left[\frac{3 \cdot 2^{x^3} + 5\cos x - 8 + \pi x \tan x^2}{\tan x^2}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & \text{per} \quad x \leq -2 \\ 1 + \sin(\pi x) & \text{per} \quad -2 < x \leq 0 \\ 1 - 2x & \text{per} \quad 0 < x \leq 1 \\ -(x-2)^2 & \text{per} \quad x > 1 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

2. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 - 1 & x < 1 \\ -2 & x \geq 1, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $-2 \leq b < \infty$; B) $-2 < a < b < \infty$; C) $-2 \leq a < b < \infty$; D) $a < b < \infty$.

3. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

4. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+1|}{\ln|x+1| - \ln|x+2|} \geq 1$$

A) $x \leq -2 - \sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2 + \sqrt{2}$;
B) $-2 - \sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2 + \sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1.$

5. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-2)(1+x^2)}{\ln[1+(x-2)^2]} & x \neq 2 \\ 1 & x = 2, \end{cases}$$

il punto $x_0 = 2$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

6. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(2^{\frac{1}{x}}-1\right)\ln\frac{2+x^2}{x^2}}{\sin\frac{x^2+1}{x^3-x}\left(\sqrt[5]{\frac{x^4+x}{x^4+x^2}}-1\right)}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

7. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & (\alpha-1)^2 y & +(\alpha-1)z & = & \alpha(\alpha-1) \\ 2x & +y & -z & = & 1 \\ 4x & +y & -2z & = & 1 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$;
B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

8. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^{5x^2}\left[\frac{2\mathrm{e}^{x^2}+4\cos x-6+x\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

9. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \{x \in \mathbf{R} : 1 < |x(x-4)| < 4\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

10. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{a_n \in \mathbf{R} : a_n = -\frac{(-1)^{n^2+3n}}{n}\sin(\frac{\pi}{2}n^3),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\}\right\},$$

allora si ha:

A) $\mathcal{A}$ ammette massimo; B) $\mathcal{A}$ non ammette minimo;
C) $\inf\mathcal{A} = -\sin 1$; D) $\sup\mathcal{A} \leq 0$.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & x > 0 \\ 1 & x \leq 0, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $0 \leq a < b < \infty$; B) $0 < a < b \leq 1$; C) $0 < a < b < \infty$; D) $0 \leq a < b < 1$.

2. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \geq 1$$

A) $x \leq -2 - \sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2 + \sqrt{2}$;
B) $-2 - \sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2 + \sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

3. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x \left[\frac{-x \sin x + 3e^{x^3} + 2\sqrt[3]{1+x^2} - 5}{\sqrt[4]{1+2x^2} - 1}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

4. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{4n^2-1}}{n} \cos(\pi n^2),\ n \in \mathbf{N} \backslash \{0\} \right\},$$

allora si ha:

A) $\sup \mathcal{A} = 0$; B) $\mathcal{A}$ ammette massimo;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\inf \mathcal{A} = -\cos 1$.

5. Il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(3^{\frac{2x}{1-x^2}} - 1\right) \sin \frac{x^2 - x}{x^4 + x^3}}{\left(\sqrt[4]{\frac{x^3 - 2x}{x^3 + x}} - 1\right) \tan \frac{1}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9} \ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3} \ln 3$; C) Vale $-10 \ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3} \ln 2$.

6. In quanti modi 5 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

7. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2-1}-1}{(x+1)(2+x^2)} & x \neq -1 \\ -\frac{2}{3} & x = -1, \end{cases}$$

il punto $x_0 = -1$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

8. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{x \in \mathbf{R} : \frac{1}{3} < |x(x+2)| \leq 1\right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

9. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 & \text{per} \quad x \leq -1 \\ x & \text{per} \quad -1 < x \leq 0 \\ -\sin(\pi x) & \text{per} \quad 0 < x \leq 2 \\ 1-(x-3)^2 & \text{per} \quad x > 2 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

10. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & (\alpha+1)^2 y & +(\alpha+1)z & = & \alpha^2+3\alpha+2 \\ -x & +3y & +z & = & 1 \\ -2x & +3y & +2z & = & 1 \end{cases}$$

A) E' eeterminato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$;
B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{3x}\left[\frac{-\frac{1}{2}\sin^2 x+\sqrt[5]{1+x^3}+2\cos x-3}{(1-\cos x)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

2. Si consideri la funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ così definita:

$$f(x)=\begin{cases}-x^2-4x & x<0\\ 0 & x\geq 0,\end{cases}$$

ed il generico intervallo $I=(a,b)$ con $-\infty\leq a<b\leq\infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a,b$ che soddisfano:

A) $a<4\leq b$; B) $-2\leq a<b<\infty$; C) $0<a\leq 4$; D) $0<a<b<\infty$.

3. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & \alpha^2 y & -\alpha z & = & \alpha(\alpha-1)\\ -2x & -y & +3z & = & 3\\ -4x & -y & +6z & = & 3\end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha\neq 0$, impossibile se $\alpha=0$;
B) È determinato se $\alpha\neq 1$, indeterminato se $\alpha=1$;
C) È determinato se $\alpha\neq -1$, indeterminato se $\alpha=-1$;
D) Nessuna risposta esatta.

4. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 11 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 5 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

5. Per la funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ così definita:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1-\cos(x^2-9)}{(x+3)(3+x^2)} & x\neq -3\\ 1 & x=-3,\end{cases}$$

il punto $x_0=-3$ è un punto:

A) di continuità;
B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie;
D) di discontinuità di 2^a specie.

6. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq |(x+2)(x+4)| \leq 1\right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

7. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{\frac{x^3+x^2}{x^3+x}} - 1\right)\left(2^{\frac{x}{2x^3+1}} - 1\right)}{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1-\cos\frac{x-1}{x^2+2}\right)}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

8. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 - 1 & \text{per} \quad x \leq -1 \\ -1-x & \text{per} \quad -1 < x \leq 0 \\ \sin(\pi x) - 1 & \text{per} \quad 0 < x \leq 2 \\ -(x-3)^2 & \text{per} \quad x > 2 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

9. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{n^2+5n}}{n}\sin\left(\frac{\pi}{2} + n^2\pi\right),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\}\right\},$$

allora si ha:

A) $\mathcal{A}$ non ammette massimo; B) $\inf \mathcal{A} = -\sin 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\sup \mathcal{A} > 0$.

10. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+1|}{\ln|x+1| - \ln|x+2|} \leq 1$$

A) $x \leq -2-\sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2+\sqrt{2}$;
B) $-2-\sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2+\sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & \text{per} \quad x \le -2 \\ 1 + \sin(\pi x) & \text{per} \quad -2 < x \le 0 \\ 1 - 2x & \text{per} \quad 0 < x \le 1 \\ -(x-2)^2 & \text{per} \quad x > 1 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

2. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{ x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \le |(x-1)(x-3)| < 1 \right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

3. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & \alpha^2 y & +\alpha z & = & \alpha(\alpha+1) \\ x & +2y & +z & = & -1 \\ 2x & +2y & +2z & = & -1 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$; B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$; D) Nessuna risposta esatta.

4. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{5x^2} \left[\frac{2e^{x^2} + 4\cos x - 6 + x\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)} \right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

5. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 - 1 & x < 1 \\ -2 & x \ge 1, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \le a < b \le \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $-2 \le b < \infty$; B) $-2 < a < b < \infty$; C) $-2 \le a < b < \infty$; D) $a < b < \infty$.

6. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{\frac{x^3+2x}{x^3-x^2}}-1\right)\left(3^{\frac{x}{1+x^3}}-1\right)}{\left(1-\cos\frac{1}{x}\right)\ln\frac{x+3}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

7. Per la funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ così definita:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{(x-2)(1+x^2)}{\ln[1+(x-2)^2]} & x\neq 2\\ 1 & x=2,\end{cases}$$

il punto $x_0=2$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

8. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3|+\ln|x+2|}{\ln|x+2|-\ln|x+1|}\leq 1$$

A) $x\leq -2-\sqrt{2},\ -\frac{3}{2}<x<-1,\ -1<x\leq -2+\sqrt{2}$;
B) $-2-\sqrt{2}\leq x<-3,\ -3<x<-2,\ -2<x<-\frac{3}{2},\ x\geq -2+\sqrt{2}$;
C) $x\leq\frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2}<x\leq\frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2}\leq x<-3,\ -3<x<-2,\ -2<x<-\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2}\leq x<-1,\ x>-1$.

9. Sia

$$\mathcal{A}=\left\{a_n\in\mathbf{R}: a_n=\frac{(-1)^{n^2-n}}{n}\cos(\pi n^3),\ n\in\mathbf{N}\backslash\{0\}\right\},$$

allora si ha:

A) $\inf\mathcal{A}<0$; B) $\sup\mathcal{A}=\cos 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\mathcal{A}$ non ammette massimo.

10. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin[(x-1)(2-x)]}{(1-x)(1+x^2)} & x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & x = 1, \end{cases}$$

il punto $x_0 = 1$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

2. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \{x \in \mathbf{R} : 1 < |x(x-4)| < 4\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

3. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

4. Il seguente sistema

$$\begin{cases} \quad \alpha^2 y & +\alpha z & = & \alpha(\alpha+1) \\ x & +2y & +z & = & -1 \\ 2x & +2y & +2z & = & -1 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$;
B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

5. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{n^2-n}}{n} \cos(\pi n^3),\ n \in \mathbf{N} \backslash \{0\} \right\},$$

allora si ha:

A) $\inf \mathcal{A} < 0$; B) $\sup \mathcal{A} = \cos 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\mathcal{A}$ non ammette massimo.

6. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+1|}{\ln|x+1| - \ln|x+2|} \geq 1$$

A) $x \leq -2-\sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2+\sqrt{2}$;
B) $-2-\sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2+\sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

7. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{\frac{x^3+2x}{x^3-x^2}} - 1\right)\left(3^{\frac{x}{1+x^3}} - 1\right)}{\left(1-\cos\frac{1}{x}\right)\ln\frac{x+3}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

8. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^{5x^2}\left[\frac{2e^{x^2} + 4\cos x - 6 + x\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

9. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & \text{per} \quad x \leq -2 \\ 1+\sin(\pi x) & \text{per} \quad -2 < x \leq 0 \\ 1-2x & \text{per} \quad 0 < x \leq 1 \\ -(x-2)^2 & \text{per} \quad x > 1 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

10. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^3 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a,b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $a < 1 < b < \infty$; B) $-\infty < a$; C) $b \leq 0$; D) $-\infty < a < b < 1$.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Sia
$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{4n^2-1}}{n}\cos(\pi n^2),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\} \right\},$$
allora si ha:

A) $\sup \mathcal{A} = 0$; B) $\mathcal{A}$ ammette massimo;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\inf \mathcal{A} = -\cos 1$.

2. Indicare la soluzione della seguente disequazione:
$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \geq 1$$

A) $x \leq -2-\sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2+\sqrt{2}$;
B) $-2-\sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2+\sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

3. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 11 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 5 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

4. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(x^2-9)}{(x+3)(3+x^2)} & x \neq -3 \\ 1 & x = -3, \end{cases}$$
il punto $x_0 = -3$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

5. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:
$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & x < 0 \\ 0 & x \geq 0, \end{cases}$$
ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $a < 4 \leq b$; B) $-2 \leq a < b < \infty$; C) $0 < a \leq 4$; D) $0 < a < b < \infty$.

6. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{\frac{x^3+x^2}{x^3+x}}-1\right)\left(2^{\frac{x}{2x^3+1}}-1\right)}{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1-\cos\frac{x-1}{x^2+2}\right)}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

7. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E}=\left\{x\in\mathbf{R} : \frac{1}{3}<|x(x+2)|\leq 1\right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

8. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & \alpha^2 y & -\alpha z & = & \alpha(\alpha-1) \\ -2x & -y & +3z & = & 3 \\ -4x & -y & +6z & = & 3 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha\neq 0$, impossibile se $\alpha=0$;
B) È determinato se $\alpha\neq 1$, indeterminato se $\alpha=1$;
C) È determinato se $\alpha\neq -1$, indeterminato se $\alpha=-1$;
D) Nessuna risposta esatta.

9. Data la seguente funzione:

$$f(x)=\begin{cases} -(x+2)^2 & \text{per} \quad x\leq -1 \\ x & \text{per} \quad -1<x\leq 0 \\ -\sin(\pi x) & \text{per} \quad 0<x\leq 2 \\ 1-(x-3)^2 & \text{per} \quad x>2 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f=+\infty$; B) $\sup f=\max f=1$;
C) $\sup f=\max f=2$; D) Nessuna risposta esatta.

10. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{3}{x}\right)^x\left[\frac{-x\sin x+3e^{x^3}+2\sqrt[3]{1+x^2}-5}{\sqrt[4]{1+2x^2}-1}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 11 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 5 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

2. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 - 1 & \text{per} \quad x \leq -1 \\ -1 - x & \text{per} \quad -1 < x \leq 0 \\ \sin(\pi x) - 1 & \text{per} \quad 0 < x \leq 2 \\ -(x-3)^2 & \text{per} \quad x > 2 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

3. Il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(3^{\frac{2x}{1-x^2}} - 1\right) \sin \frac{x^2 - x}{x^4 + x^3}}{\left(\sqrt[4]{\frac{x^3 - 2x}{x^3 + x}} - 1\right) \tan \frac{1}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9} \ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3} \ln 3$; C) Vale $-10 \ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3} \ln 2$.

4. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2 - 1} - 1}{(x+1)(2+x^2)} & x \neq -1 \\ -\frac{2}{3} & x = -1, \end{cases}$$

il punto $x_0 = -1$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

5. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \geq 1$$

A) $x \leq -2 - \sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2 + \sqrt{2}$;
B) $-2 - \sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2 + \sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

6. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{x \in \mathbf{R} : \frac{1}{3} < |x(x+2)| \leq 1\right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

7. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & \alpha^2 y & -\alpha z & = & \alpha(\alpha - 1) \\ -2x & -y & +3z & = & 3 \\ -4x & -y & +6z & = & 3 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$;
B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

8. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{4n^2-1}}{n}\cos(\pi n^2),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\}\right\},$$

allora si ha:

A) $\sup \mathcal{A} = 0$; B) $\mathcal{A}$ ammette massimo;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\inf \mathcal{A} = -\cos 1$.

9. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & x < 0 \\ 0 & x \geq 0, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $a < 4 \leq b$; B) $-2 \leq a < b < \infty$; C) $0 < a \leq 4$; D) $0 < a < b < \infty$.

10. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x}\left[\frac{-\frac{1}{2}\sin^2 x + \sqrt[5]{1 + x^3} + 2\cos x - 3}{(1 - \cos x)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2-1}-1}{(x+1)(2+x^2)} & x \neq -1 \\ -\frac{2}{3} & x = -1, \end{cases}$$

il punto $x_0 = -1$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

2. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq |(x+2)(x+4)| \leq 1\right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

3. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & x > 0 \\ 1 & x \leq 0, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $0 \leq a < b < \infty$; B) $0 < a < b \leq 1$; C) $0 < a < b < \infty$; D) $0 \leq a < b < 1$.

4. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+1|}{\ln|x+1| - \ln|x+2|} \leq 1$$

A) $x \leq -2 - \sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2 + \sqrt{2}$;
B) $-2 - \sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2 + \sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

5. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{n^2+5n}}{n} \sin(\frac{\pi}{2} + n^2\pi),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\}\right\},$$

allora si ha:

A) $\mathcal{A}$ non ammette massimo; B) $\inf \mathcal{A} = -\sin 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\sup \mathcal{A} > 0$.

6. In quanti modi 5 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

7. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(3^{\frac{2x}{1-x^2}}-1\right)\sin\frac{x^2-x}{x^4+x^3}}{\left(\sqrt[4]{\frac{x^3-2x}{x^3+x}}-1\right)\tan\frac{1}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

8. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 & \text{per} \quad x \le -1 \\ x & \text{per} \quad -1 < x \le 0 \\ -\sin(\pi x) & \text{per} \quad 0 < x \le 2 \\ 1-(x-3)^2 & \text{per} \quad x > 2 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

9. Il seguente sistema

$$\begin{cases} \alpha^2 y - \alpha z = \alpha(\alpha-1) \\ -2x - y + 3z = 3 \\ -4x - y + 6z = 3 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$; B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$; D) Nessuna risposta esatta.

10. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{3x}\left[\frac{-\frac{1}{2}\sin^2 x + \sqrt[5]{1+x^3} + 2\cos x - 3}{(1-\cos x)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{ x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq |(x+2)(x+4)| \leq 1 \right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

2. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x \left[\frac{-x \sin x + 3e^{x^3} + 2\sqrt[3]{1+x^2} - 5}{\sqrt[4]{1+2x^2} - 1} \right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

3. Il seguente sistema

$$\begin{cases} \alpha^2 y - \alpha z = \alpha(\alpha - 1) \\ -2x - y + 3z = 3 \\ -4x - y + 6z = 3 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$;
B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

4. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 & \text{per} \quad x \leq -1 \\ x & \text{per} \quad -1 < x \leq 0 \\ -\sin(\pi x) & \text{per} \quad 0 < x \leq 2 \\ 1 - (x-3)^2 & \text{per} \quad x > 2 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

5. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \geq 1$$

A) $x \leq -2 - \sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2 + \sqrt{2}$;
B) $-2 - \sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2 + \sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

6. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(x^2-9)}{(x+3)(3+x^2)} & x \neq -3 \\ 1 & x = -3, \end{cases}$$

il punto $x_0 = -3$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

7. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{\frac{x^3+x^2}{x^3+x}} - 1\right)\left(2^{\frac{x}{2x^3+1}} - 1\right)}{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(1-\cos\frac{x-1}{x^2+2}\right)}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

8. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & x < 0 \\ 0 & x \geq 0, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $a < 4 \leq b$; B) $-2 \leq a < b < \infty$; C) $0 < a \leq 4$; D) $0 < a < b < \infty$.

9. In quanti modi 5 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

10. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{4n^2-1}}{n}\cos(\pi n^2),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\} \right\},$$

allora si ha:

A) $\sup \mathcal{A} = 0$; B) $\mathcal{A}$ ammette massimo;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\inf \mathcal{A} = -\cos 1$.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-2)(1+x^2)}{\ln[1+(x-2)^2]} & x \neq 2 \\ 1 & x = 2, \end{cases}$$

il punto $x_0 = 2$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

2. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = -\frac{(-1)^{n^2+3n}}{n} \sin(\frac{\pi}{2} n^3),\ n \in \mathbf{N} \backslash \{0\} \right\},$$

allora si ha:

A) $\mathcal{A}$ ammette massimo; B) $\mathcal{A}$ non ammette minimo;
C) $\inf \mathcal{A} = -\sin 1$; D) $\sup \mathcal{A} \leq 0$.

3. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{ x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq |(x-1)(x-3)| < 1 \right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

4. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 5 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

5. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{5x^2} \left[\frac{2e^{x^2} + 4\cos x - 6 + x \ln(1+x)}{\ln(1+x^2)} \right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

6. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \leq 1$$

A) $x \le -2-\sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \le -2+\sqrt{2}$;
B) $-2-\sqrt{2} \le x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \ge -2+\sqrt{2}$;
C) $x \le \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \le \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \le x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \le x < -1,\ x > -1$.

7. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & (\alpha-1)^2 y & +(\alpha-1)z & = & \alpha(\alpha-1) \\ 2x & +y & -z & = & 1 \\ 4x & +y & -2z & = & 1 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$;
B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

8. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{\frac{x^3+2x}{x^3-x^2}}-1\right)\left(3^{\frac{x}{1+x^3}}-1\right)}{\left(1-\cos\frac{1}{x}\right)\ln\frac{x+3}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

9. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3-1 & x < 1 \\ -2 & x \ge 1, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \le a < b \le \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $-2 \le b < \infty$; B) $-2 < a < b < \infty$; C) $-2 \le a < b < \infty$; D) $a < b < \infty$.

10. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2-1 & \text{per} & x \le -2 \\ -\sin(\pi x) & \text{per} & -2 < x \le 0 \\ x & \text{per} & 0 < x \le 1 \\ (x-2)^2 & \text{per} & x > 1 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\inf f = -\infty$;
B) $\inf f = \min f = 1$;
C) $\inf f = \min f = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Sia
$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{n^2-n}}{n} \cos(\pi n^3),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\} \right\},$$
allora si ha:

A) $\inf \mathcal{A} < 0$; B) $\sup \mathcal{A} = \cos 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\mathcal{A}$ non ammette massimo.

2. Indicare la soluzione della seguente disequazione:
$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \leq 1$$

A) $x \leq -2-\sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2+\sqrt{2}$;
B) $-2-\sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2+\sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

3. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-2)(1+x^2)}{\ln[1+(x-2)^2]} & x \neq 2 \\ 1 & x = 2, \end{cases}$$
il punto $x_0 = 2$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

4. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

5. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:
$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^3 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0, \end{cases}$$
ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $a < 1 < b < \infty$; B) $-\infty < a$; C) $b \leq 0$; D) $-\infty < a < b < 1$.

6. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & (\alpha-1)^2 y & +(\alpha-1)z & = & \alpha(\alpha-1) \\ 2x & +y & -z & = & 1 \\ 4x & +y & -2z & = & 1 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$;
B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

7. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} \left(1+\frac{7}{x^3}\right)^{3x^3} \left[\frac{3\cdot 2^{x^3}+5\cos x - 8 + \pi x \tan x^2}{\tan x^2}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

8. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(2^{\frac{1}{x}}-1\right)\ln\frac{2+x^2}{x^2}}{\sin\frac{x^2+1}{x^3-x}\left(\sqrt[5]{\frac{x^4+x}{x^4+x^2}}-1\right)}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

9. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq |(x-1)(x-3)| < 1\right\}$:

A) è aperto;
B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso;
D) è sia aperto che chiuso.

10. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & \text{per} \quad x \leq -2 \\ 1+\sin(\pi x) & \text{per} \quad -2 < x \leq 0 \\ 1-2x & \text{per} \quad 0 < x \leq 1 \\ -(x-2)^2 & \text{per} \quad x > 1 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$;
B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$;
D) Nessuna risposta esatta.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Il seguente sistema

$$\begin{cases} \quad\quad \alpha^2 y & -\alpha z & = & \alpha(\alpha-1) \\ -2x & -y & +3z & = & 3 \\ -4x & -y & +6z & = & 3 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$;
B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$;
D) Nessuna risposta esatta.

2. In quanti modi 5 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

3. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 & \text{per} \quad x \leq -1 \\ x & \text{per} \quad -1 < x \leq 0 \\ -\sin(\pi x) & \text{per} \quad 0 < x \leq 2 \\ 1-(x-3)^2 & \text{per} \quad x > 2 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$;
B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$;
D) Nessuna risposta esatta.

4. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^2-1}-1}{(x+1)(2+x^2)} & x \neq -1 \\ -\frac{2}{3} & x = -1, \end{cases}$$

il punto $x_0 = -1$ è un punto:

A) di continuità;
B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie;
D) di discontinuità di 2^a specie.

5. Il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(3^{\frac{2x}{1-x^2}} - 1\right) \sin \frac{x^2-x}{x^4+x^3}}{\left(\sqrt[4]{\frac{x^3-2x}{x^3+x}} - 1\right) \tan \frac{1}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

6. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq |(x+2)(x+4)| \leq 1\right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

7. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & x < 0 \\ 0 & x \geq 0, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $a < 4 \leq b$; B) $-2 \leq a < b < \infty$; C) $0 < a \leq 4$; D) $0 < a < b < \infty$.

8. Il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{3x} \left[\frac{-\frac{1}{2}\sin^2 x + \sqrt[5]{1 + x^3} + 2\cos x - 3}{(1 - \cos x)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

9. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \geq 1$$

A) $x \leq -2 - \sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2 + \sqrt{2}$;
B) $-2 - \sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2 + \sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

10. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{n^2+5n}}{n} \sin\left(\frac{\pi}{2} + n^2\pi\right),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\}\right\},$$

allora si ha:

A) $\mathcal{A}$ non ammette massimo; B) $\inf \mathcal{A} = -\sin 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\sup \mathcal{A} > 0$.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & (\alpha+1)^2 y & +(\alpha+1)z & = & \alpha^2+3\alpha+2 \\ -x & +3y & +z & = & 1 \\ -2x & +3y & +2z & = & 1 \end{cases}$$

A) E' eeterminato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$; B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$; D) Nessuna risposta esatta.

2. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & x < 0 \\ 0 & x \geq 0, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $a < 4 \leq b$; B) $-2 \leq a < b < \infty$; C) $0 < a \leq 4$; D) $0 < a < b < \infty$.

3. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \left\{ x \in \mathbf{R} : \frac{1}{2} \leq |(x+2)(x+4)| \leq 1 \right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

4. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 - 1 & \text{per} \quad x \leq -1 \\ -1 - x & \text{per} \quad -1 < x \leq 0 \\ \sin(\pi x) - 1 & \text{per} \quad 0 < x \leq 2 \\ -(x-3)^2 & \text{per} \quad x > 2 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\sup f = +\infty$; B) $\sup f = \max f = 1$;
C) $\sup f = \max f = 2$; D) Nessuna risposta esatta.

5. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{n^2+5n}}{n} \sin\left(\frac{\pi}{2} + n^2\pi\right),\ n \in \mathbf{N} \backslash \{0\} \right\},$$

allora si ha:

A) $\mathcal{A}$ non ammette massimo; B) $\inf \mathcal{A} = -\sin 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\sup \mathcal{A} > 0$.

6. Il seguente limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(3^{\frac{2x}{1-x^2}}-1\right)\sin\frac{x^2-x}{x^4+x^3}}{\left(\sqrt[4]{\frac{x^3-2x}{x^3+x}}-1\right)\tan\frac{1}{x}}$$

A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

7. In quanti modi 5 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

8. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2-1}-1}{(x+1)(2+x^2)} & x \neq -1 \\ -\frac{2}{3} & x = -1, \end{cases}$$

il punto $x_0 = -1$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

9. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{3x}\left[\frac{-\frac{1}{2}\sin^2 x+\sqrt[5]{1+x^3}+2\cos x-3}{(1-\cos x)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

10. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3|+\ln|x+2|}{\ln|x+2|-\ln|x+1|} \geq 1$$

A) $x \leq -2-\sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2+\sqrt{2}$;
B) $-2-\sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2+\sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{1}{x^2}\right)^{5x^2}\left[\frac{2e^{x^2}+4\cos x-6+x\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

2. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E}=\left\{x\in\mathbf{R}:\frac{1}{2}\leq|(x-1)(x-3)|<1\right\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

3. Sia

$$\mathcal{A}=\left\{a_n\in\mathbf{R}:a_n=-\frac{(-1)^{n^2+3n}}{n}\sin(\frac{\pi}{2}n^3),\ n\in\mathbf{N}\backslash\{0\}\right\},$$

allora si ha:

A) $\mathcal{A}$ ammette massimo; B) $\mathcal{A}$ non ammette minimo;
C) $\inf\mathcal{A}=-\sin 1$; D) $\sup\mathcal{A}\leq 0$.

4. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3|+\ln|x+1|}{\ln|x+1|-\ln|x+2|}\geq 1$$

A) $x\leq -2-\sqrt{2},\ -\frac{3}{2}<x<-1,\ -1<x\leq -2+\sqrt{2}$;
B) $-2-\sqrt{2}\leq x<-3,\ -3<x<-2,\ -2<x<-\frac{3}{2},\ x\geq -2+\sqrt{2}$;
C) $x\leq\frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2}<x\leq\frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2}\leq x<-3,\ -3<x<-2,\ -2<x<-\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2}\leq x<-1,\ x>-1$.

5. Data la seguente funzione:

$$f(x)=\begin{cases}(x+3)^2-1 & \text{per} \quad x\leq -2\\ -\sin(\pi x) & \text{per} \quad -2<x\leq 0\\ x & \text{per} \quad 0<x\leq 1\\ (x-2)^2 & \text{per} \quad x>1\end{cases}$$

si ha che:

A) $\inf f=-\infty$; B) $\inf f=\min f=1$;
C) $\inf f=\min f=-1$; D) Nessuna risposta esatta.

6. Il seguente limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\left(2^{\frac{1}{x}}-1\right)\ln\frac{2+x^2}{x^2}}{\sin\frac{x^2+1}{x^3-x}\left(\sqrt[5]{\frac{x^4+x}{x^4+x^2}}-1\right)}$$
A) Vale $\frac{2}{9}\ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3}\ln 3$; C) Vale $-10\ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3}\ln 2$.

7. Si consideri la funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ così definita:
$$f(x)=\begin{cases}(x+1)^3 & x\le 0\\ 1 & x>0,\end{cases}$$
ed il generico intervallo $I=(a,b)$ con $-\infty\le a<b\le\infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a,b$ che soddisfano:

A) $a<1<b<\infty$; B) $-\infty<a$; C) $b\le 0$; D) $-\infty<a<b<1$.

8. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 4 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

9. Per la funzione $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ così definita:
$$f(x)=\begin{cases}\frac{\sin[(x-1)(2-x)]}{(1-x)(1+x^2)} & x\ne 1\\ \frac{1}{2} & x=1,\end{cases}$$
il punto $x_0=1$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

10. Il seguente sistema
$$\begin{cases} & \alpha^2 y & +\alpha z & = & \alpha(\alpha+1)\\ x & +2y & +z & = & -1\\ 2x & +2y & +2z & = & -1\end{cases}$$
A) È determinato se $\alpha\ne 0$, impossibile se $\alpha=0$;
B) È determinato se $\alpha\ne 1$, indeterminato se $\alpha=1$;
C) È determinato se $\alpha\ne -1$, indeterminato se $\alpha=-1$;
D) Nessuna risposta esatta.

Istituzioni 1 – Compitino del 29.11.1997

1. Data la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 - 1 & \text{per} \quad x \leq -2 \\ -\sin(\pi x) & \text{per} \quad -2 < x \leq 0 \\ x & \text{per} \quad 0 < x \leq 1 \\ (x-2)^2 & \text{per} \quad x > 1 \end{cases}$$

si ha che:

A) $\inf f = -\infty$; B) $\inf f = \min f = 1$;
C) $\inf f = \min f = -1$; D) Nessuna risposta esatta.

2. Il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\left(2^{\frac{1}{x}} - 1\right) \ln \frac{2+x^2}{x^2}}{\sin \frac{x^2+1}{x^3-x} \left(\sqrt[5]{\frac{x^4+x}{x^4+x^2}} - 1\right)}$$

A) Vale $\frac{2}{9} \ln 3$; B) Vale $\frac{8}{3} \ln 3$; C) Vale $-10 \ln 2$; D) Vale $\frac{1}{3} \ln 2$.

3. Indicare la soluzione della seguente disequazione:

$$\frac{\ln|x+3| + \ln|x+2|}{\ln|x+2| - \ln|x+1|} \leq 1$$

A) $x \leq -2 - \sqrt{2},\ -\frac{3}{2} < x < -1,\ -1 < x \leq -2 + \sqrt{2}$;
B) $-2 - \sqrt{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ x \geq -2 + \sqrt{2}$;
C) $x \leq \frac{-5-\sqrt{5}}{2},\ -\frac{3}{2} < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}$;
D) $\frac{-5-\sqrt{5}}{2} \leq x < -3,\ -3 < x < -2,\ -2 < x < -\frac{3}{2},\ \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \leq x < -1,\ x > -1$.

4. In quanti modi 6 persone possono disporsi in un pulmino di 10 posti incluso quello di guida, tenendo conto che solo 5 di loro possono guidare?

A) 151200; B) 75600; C) 60480; D) 12096.

5. Stabilire se l'insieme $\mathcal{E} = \{x \in \mathbf{R} : 1 < |x(x-4)| < 4\}$:

A) è aperto; B) è chiuso;
C) è né aperto né chiuso; D) è sia aperto che chiuso.

6. Sia

$$\mathcal{A} = \left\{ a_n \in \mathbf{R} : a_n = \frac{(-1)^{n^2-n}}{n} \cos(\pi n^3),\ n \in \mathbf{N}\backslash\{0\} \right\},$$

allora si ha:

A) $\inf \mathcal{A} < 0$; B) $\sup \mathcal{A} = \cos 1$;
C) $\mathcal{A}$ non ammette minimo; D) $\mathcal{A}$ non ammette massimo.

7. Per la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-2)(1+x^2)}{\ln[1+(x-2)^2]} & x \neq 2 \\ 1 & x = 2, \end{cases}$$

il punto $x_0 = 2$ è un punto:

A) di continuità; B) di discontinuità eliminabile;
C) di discontinuità di 1^a specie; D) di discontinuità di 2^a specie.

8. Il seguente sistema

$$\begin{cases} & \alpha^2 y & +\alpha z & = & \alpha(\alpha+1) \\ x & +2y & +z & = & -1 \\ 2x & +2y & +2z & = & -1 \end{cases}$$

A) È determinato se $\alpha \neq 0$, impossibile se $\alpha = 0$; B) È determinato se $\alpha \neq 1$, indeterminato se $\alpha = 1$;
C) È determinato se $\alpha \neq -1$, indeterminato se $\alpha = -1$; D) Nessuna risposta esatta.

9. Il seguente limite

$$\lim_{x\to 0} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^{5x^2} \left[\frac{2e^{x^2} + 4\cos x - 6 + x\ln(1+x)}{\ln(1+x^2)}\right]$$

A) Vale $-\frac{5}{2}$; B) Vale 1; C) Vale $-\frac{2}{3}$; D) Vale -3.

10. Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ così definita:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 - 1 & x < 1 \\ -2 & x \geq 1, \end{cases}$$

ed il generico intervallo $I = (a, b)$ con $-\infty \leq a < b \leq \infty$. L'insieme $f^{-1}(I)$ è non vuoto e limitato $\forall a, b$ che soddisfano:

A) $-2 \leq b < \infty$; B) $-2 < a < b < \infty$; C) $-2 \leq a < b < \infty$; D) $a < b < \infty$.