

COGNOME


**A**

NOME

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea Diploma Anno di Corso 

1	2	3	4	FC
---	---	---	---	----

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

**ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)**  
Milano, 28 giugno 2004

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\log |y| - \log \frac{1}{x^2}},$$

determinare e rappresentare graficamente il suo campo di esistenza, specificandone l'insieme dei punti interni e dei punti di frontiera. Dire se si tratta di un insieme chiuso o aperto o né chiuso né aperto. Calcolare poi, nel caso esistano, le derivate parziali di  $f$  in  $(1, -2)$ .

2) Sia  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la trasformazione lineare definita dalla legge

$$F \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x_1 - x_2 - 2x_3 \\ -2x_1 + x_3 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 \end{pmatrix}.$$

Si chiede di:

2.1) calcolare la matrice di rappresentazione di  $F$ ;2.2) determinare una base per il nucleo ed una base per l'immagine di  $F$ ;

2.3) stabilire se la controimmagine del vettore  $(2, 0, 2)^T$ , ossia  $F^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ , possiede qualche elemento o è l'insieme vuoto.

3) Si stabilisca se la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile e si determini una base per l'autospazio relativo a ciascun autovalore di  $B$ .

4) Studiare il segno della forma quadratica  $q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ 

$$q(x_1, x_2, x_3) = -3x_1^2 + 2\sqrt{2}x_1x_2 - \sqrt{2}x_2^2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3 - 2\sqrt{2}x_3^2.$$

5) Dimostrare la necessità della condizione per l'invertibilità di una matrice quadrata.

6) Premettendo la definizione di complemento algebrico di un elemento di una matrice, enunciare la definizione di determinante di una matrice.