COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

CORSO DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

PRIMA PROVA PARZIALE

Milano, 20 aprile 2004

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \sqrt{e^{1/x} - e^{y^2}},$$

si determini e si rappresenti graficamente il campo di esistenza di f, specificandone l'insieme dei punti interni e dei punti di frontiera. Dire se si tratta di un insieme chiuso o aperto o né chiuso né aperto. Si calcolino poi, nel caso esistano, le derivate parziali di f in $(2,0)$.

2) Stabilire se il seguente sottoinsieme

$$S = \{v \in \mathbb{R}^3 : \; v = \alpha(2,0,0) + \beta(0,2,0) + \gamma(3,3,0), \; \alpha, \; \beta, \; \gamma \in \mathbb{R}\}$$

è un sottospazio lineare di $\mathbb{R}^3$. In caso affermativo, esibirne una base e specificarne la dimensione.

3) Dopo aver ottenuto la matrice A, eseguendo le operazioni tra matrici di seguito indicate

$$A = \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 0 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 6 & 8 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} 0 & 1 & -12 & 0 \\ -3 & -7 & -6 & -4 \\ 8 & 15 & 4 & 6 \end{pmatrix},$$

dove il simbolo $\circ$ denota il prodotto righe per colonne, calcolare il rango di A.

4) Sia $F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ la funzione lineare tale che

$$F\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad F\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \qquad F\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -6 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Trovare l'espressione di $F\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Determinare poi l'immagine di F ed una sua base.

5) Dopo aver definito la nozione di lineare dipendenza di vettori, enunciare una condizione necessaria e sufficiente per la lineare dipendenza di k vettori e dimostrare la necessarietà di tale condizione.

6) Dopo aver fornito la definizione di matrice inversa si enunci una condizione per l'esistenza della matrice inversa e si indichi come essa si calcola.