COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

CORSO DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

A.A. 2003-2004 - SECONDA PROVA PARZIALE

Milano, 15 giugno 2004

1) Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari, specificando poi se l'insieme delle soluzioni forma un spazio lineare:

$$\begin{cases} 4x + 6y + z + t = 0 \\ -2x + z - 5t = 6 \\ 6x + 10y + 2z = 2. \end{cases}$$

2) Data la matrice simmetrica

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

si determinino una matrice diagonale Δ ed una matrice O, tale che $O^{-1} = O^T$, con la proprietà che $O^{-1}SO = \Delta$.

3) Si stabilisca se le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} -14 & -10 & -5 \\ 15 & 11 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sono simili.

4) Si consideri la forma quadratica $q : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = -x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_2^2 + \frac{1}{2}x_1x_3 + \log\frac{1}{2}\ x_3^2 + \log\frac{1}{3}\ x_4^2.$$

Determinare il segno di q applicando le condizioni sul segno dei minori alla matrice dei coefficienti di q.

5) Dimostrare la necessarietà della condizione per l'esistenza di soluzioni di sistemi lineari formulata nel Teorema di Capelli (è richiesto esplicitamente di dimostrare *solo* la necessarietà, e non la sufficienza).

6) Definire la proprietà di semidefinitezza positiva e di indefinitezza di una forma quadratica $q : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.