

COGNOME																			
NOME																			
N. MATRICOLA							Laurea	<input type="checkbox"/>	Diploma	<input type="checkbox"/>	Anno di Corso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

A

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)
Milano, 26 gennaio 2004

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{y[(x - 1)^2 + y^2 - 1]}$$

(notare che $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ è l'equazione di una circonferenza), determinare e rappresentare graficamente il suo campo di esistenza, specificandone l'insieme dei punti interni e dei punti di frontiera. Dire se si tratta di un insieme chiuso o aperto o né chiuso né aperto. Calcolare poi, nel caso esistano, le derivate parziali di f in $(2, 1)$.

2) Dati i vettori $v_1 = (3, 0, -1, 2)^T$, $v_2 = (2, 0, -4, 0)^T$, $v_3 = (0, 2, 0, -3)^T$ e $v_4 = (1, 0, -2, 0)^T$, determinare un vettore di \mathbb{R}^4 , diverso dal vettore nullo, che sia contemporaneamente ortogonale a v_1, v_2, v_3 e v_4 .

3) Si stabilisca se la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & -8 & -1 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile e, se possibile, si fornisca una matrice modale ad essa relativa.

4) Studiare il segno della forma quadratica $q : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = 16x_1^2 - 8x_1x_4 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_3x_4 + x_4^2.$$

5) Si enunci il teorema di Capelli e si dimostri la sufficienza della condizione in esso menzionata.

6) Dare la definizione ed elencare le proprietà del prodotto interno in \mathbb{R}^n . Enunciare poi la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.