COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA		Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 22 settembre 2003

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \sqrt{1 - x - \sqrt{|y|}} - \sqrt{\sqrt{|x|} - 1} + \sqrt{1-x}$$

determinare e rappresentare graficamente il suo campo di esistenza, specificandone l'insieme dei punti interni e dei punti isolati. Dire se si tratta di un insieme chiuso o aperto o né chiuso né aperto. Calcolare poi, nel caso esistano, le derivate parziali di f in $(-4, 1)$.

2) Si determini una base per lo spazio lineare formato dalle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} -3x + 13y + 2z + 4t = 0 \\ 2x - 6y = 0 \\ 2y + z = 0 \\ x - 3y + 4t = 0. \end{cases}$$

3) Data la matrice simmetrica

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare una matrice diagonale Λ ad essa simile e costruire una matrice ortogonale O che la diagonalizza (ossia tale che $O^{-1}SO = \Lambda$).

4) Studiare il segno della forma quadratica $q : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = -4x_1^2 + 4x_1x_2 - x_2^2 - x_3^2 + 4x_3x_4 - 4x_4^2.$$

5) Dopo aver definito la nozione di lineare dipendenza di vettori, enunciare una condizione necessaria e sufficiente per la lineare dipendenza di k vettori e dimostrare la sufficienza di tale condizione.

6) Dare la definizione di trasformazione lineare dello spazio $\mathbb{R}^n$ nello spazio $\mathbb{R}^m$. Specificare poi cosa si intende per nucleo e per immagine di una trasformazione lineare, indicando anche la relazione che sussiste tra le loro dimensioni. Proporre infine un esempio di trasformazione lineare.