COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 23 giugno 2003

1) Data la funzione

$$f(x,y) = (\log|y| - |x|)^{\frac{1}{4}}$$

determinare e rappresentare graficamente il suo campo di esistenza, specificandone l'insieme dei punti interni e di frontiera. Dire se si tratta di un insieme chiuso o aperto o né chiuso né aperto. Calcolare poi, nel caso esistano, le derivate parziali di f in $(-1, -e^2)$.

2) Sia dato il sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} 4x - 3y + 11z - 2t = 0 \\ 3y - 3z + 6t = 0 \\ -x - 2z - t = 0 \\ x + y + z + 3t = 0. \end{cases}$$

2.a) Trovare una base per lo spazio delle sue soluzioni. Per il calcolo del rango della matrice dei coefficienti si consiglia di partire dai minori di ordine 1.

2.b) Determinare l'insieme dei vettori di $\mathbb{R}^4$ ortogonali a tutti i vettori della base trovata al punto precedente.

2.c) Precisare (motivando la propria affermazione) se l'insieme dei vettori che si sono determinati al punto 2.b) è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$.

3) Stabilire se le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} 18 & 0 & 5 \\ 23 & -2 & 6 \\ -60 & 0 & -17 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -3 & 3 & 0 \\ 9 & -15 & -2 \end{pmatrix}$$

sono tra loro simili (suggerimento: studiare la diagonalizzabilità di entrambe le matrici).

4) Studiare il segno della forma quadratica $q : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = -x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_2^2 + 2x_1x_4 + 2x_2x_3 + 2x_2x_4 - 3x_3^2 - 4x_4^2.$$

5) Dimostrare che k vettori non nulli, a due a due ortogonali, sono linearmente indipendenti.

6) Dopo aver fornito la definizione di matrice inversa si enunci una condizione per l'esistenza della matrice inversa e si indichi come essa si calcola.