

COGNOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

NOME

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

N. MATRICOLA

--	--	--	--	--	--	--	--

Laurea

Diploma

Anno di Corso

1	2	3	4	FC
---	---	---	---	----

A

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)
Milano, 12 febbraio 2003

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log(9 - x^2 - y^2)}{\log y - \log(x^2 + 1)},$$

determinare e rappresentare graficamente il suo campo di esistenza, specificandone l'insieme dei punti interni, la frontiera e la chiusura. Calcolare poi, nel caso esistano, le derivate parziali di f in $(1, 1)$.

2) Si determini per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la matrice

$$A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 4 & 0 & a \end{pmatrix}$$

risulta invertibile. Calcolare A_a^{-1} in corrispondenza di tali valori.

3) Studiare la diagonalizzabilità della matrice

$$B = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 6 \\ -9 & 1 & 41 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

Stabilire poi se è possibile trovare due autovettori relativi a B che siano linearmente indipendenti.

4) Studiare il segno della forma quadratica $q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_2^2 - 2x_2x_3 + x_3^2.$$

5) Dare la definizione di allineamento di vettori linearmente indipendenti e dimostrare che k vettori non nulli, a due a due ortogonali, sono linearmente indipendenti.

6) Dare la definizione di prodotto righe per colonne tra matrici ed enunciare proprietà ad esso relative.