COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 30 gennaio 2003

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{x^2 + |y-1|}}{\sin(\frac{\pi}{2}y)},$$

determinarne il campo di esistenza specificando se esso è aperto, o chiuso, o né aperto né chiuso. Indicare poi l'insieme dei punti interni e la chiusura del campo di esistenza. Infine calcolare, se esistono, le derivate parziali di f in $(0,1)$.

2) Sia T la trasformazione lineare rappresentata (rispetto alla base canonica) dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Si chiede di:

a) determinare l'espressione di $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$;

b) determinare il nucleo di T;

c) determinare una base per l'immagine di T.

3) Stabilire se la seguente matrice risulta diagonalizzabile

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -3 & -1 & 6 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

e, nel caso risulti diagonalizzabile, fornire una matrice modale.

4) Studiare il segno della forma quadratica $q : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = -x_1^2 - 3x_2^2 + 2x_1x_3 - 2x_3^2 + \sqrt{2}x_1x_4 - x_4^2.$$

5) Enunciare la condizione necessaria e sufficiente per l'invertibilità di una matrice quadrata e dimostrarne la necessarietà.

6) Dare la definizione di continuità di una funzione in un vettore e in un sottoinsieme del suo dominio.