COGNOME		**A**
NOME		
N. MATRICOLA	Laurea ☐ Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 18 novembre 2002

1) Determinare e rappresentare sul piano cartesiano il campo di esistenza della funzione

$$f(x,y) = \frac{|x|(x+1)-2y}{\sqrt[6]{1-x^2y^2}},$$

indicando l'insieme dei punti interni e l'insieme dei punti di frontiera. Stabilire poi se esistono e, in caso affermativo, calcolare le derivate parziali di f in $(0,0)$.

2) Sia $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ la trasformazione lineare tale che $T(e^1) = (2,\ 5,\ 0,\ -3)^T$, $T(e^2) = (0,\ 1,\ -2,\ -1)$ e $T(e^3) = (-4,\ 0,\ -20,\ -4)^T$, dove $\mathcal{B} = \{e^1, e^2, e^3\}$ rappresenta la base canonica di $\mathbb{R}^3$.

a) Scrivere la matrice di rappresentazione di T rispetto a $\mathcal{B}$.

b) Indicare la dimensione ed una base di $\ker T$.

3) Determinare una base per l'autospazio relativo a ciascun autovalore della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

precisando se la matrice A risulta diagonalizzabile.

4) Classificare la forma quadratica $q : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3, x_4) = 4x_1x_4 - 2x_2x_3 + 2x_2x_4 + 2x_3x_4 - x_4^2,$$

studiando il segno dei minori principali della matrice dei coefficienti.

5) Enunciare il teorema di Capelli e dimostrare che la condizione in esso menzionata è necessaria.

6) Dare la definizione di autovalore e di autovettore relativo ad un certo autovalore, enunciando poi una condizione sufficiente all'esistenza di autovalori reali.