COGNOME			**A**
NOME			
N. MATRICOLA	Laurea ☐	Diploma ☐	Anno di Corso 1 2 3 4 FC

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 20 settembre 2002

1) Determinare il campo di esistenza (si tenga presente che esso potrebbe non avere alcun punto interno) della funzione

$$f(x,y) = \frac{\sqrt{y - x^3 - 1}}{1 + \sqrt[4]{x^3 + 1 - y}}$$

precisando se si tratta di un insieme chiuso o aperto o nè chiuso nè aperto; precisare anche se esso è limitato. Dire se ha senso considerare le derivate parziali di f nel vettore $(0, -1)$ motivando la risposta.

2) Dopo aver precisato cosa si intende per base dello spazio lineare $\mathbb{R}^4$, stabilire se i vettori $v^1 = (1, 2, -1, 1)$, $v^2 = (-3, 0, 1, 0)$, $v^3 = (0, 5, 0, 0)$ e $v^4 = (7, -2, -5, 4)$, formano una base di $\mathbb{R}^4$. In caso negativo, esibire una base di $\mathbb{R}^4$ diversa dalla base canonica.

3) Determinare le eventuali soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} x - z + 3t = 0 \\ 3x - 2y = 1 \\ 6x - 5z + 7t = 1 \\ y - 12t = 1. \end{cases}$$

L'insieme delle soluzioni di tale sistema, ammesso che sia non vuoto, costituisce un sottospazio lineare di $\mathbb{R}^4$?

4) Stabilire se le due matrici

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -9 & -2 & -9 \\ 9 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

sono simili (suggerimento: studiare la diagonalizzabilità di A).

5) Dimostrare che k vettori non nulli, a due a due ortogonali, sono linearmente indipendenti.

6) Definire il determinante di una matrice quadrata ed esporre almeno quattro delle sue proprietà principali.