COGNOME	
NOME	
N. MATRICOLA	

Laurea ☐ Diploma ☐ Anno di Corso 1 2 3 4 FC

A

Questo foglio DEVE essere consegnato alla fine della prova. Utilizzare inoltre per lo svolgimento del tema solo fogli timbrati.

ESAME DI ALGEBRA LINEARE (semestrale)

Milano, 15 luglio 2002

1) Determinare il campo di esistenza della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\log 2 - \log(1 + 3x^2 + y)}$$

precisando se si tratta di un insieme chiuso o aperto o nè chiuso nè aperto. Calcolare poi le derivate parziali (se esistono) di f nel punto $(0, 0)$.

2) Determinare per lo spazio delle soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ -6x + 3y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$$

una base costituita da vettori di norma uno.

3) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -32 \\ 0 & 11 & -64 \\ 0 & 1 & -5 \end{pmatrix},$$

determinare una base per gli spazi degli autovettori associati a ciascun autovalore della matrice A e dire se essa è diagonalizzabile.

4) Data la forma quadratica $q : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$

$$q(x_1, x_2, x_3) = x^T M x, \quad \text{dove} \quad M = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 \\ 0 & 4 & -12 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix},$$

scriverla sotto forma di polinomio omogeneo di secondo grado e studiarne il segno. (Per lo studio del segno sarebbe corretto utilizzare la matrice M?)

5) Dimostrare l'unicità della rappresentazione di un vettore di $\mathbb{R}^n$ come combinazione lineare dei vettori di una base di $\mathbb{R}^n$.

6) Dare la definizione di continuità di una funzione in un vettore e in un sottoinsieme del suo dominio.